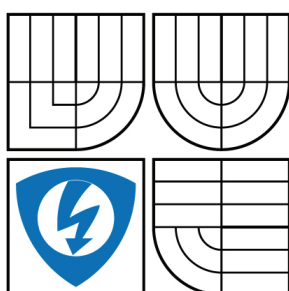


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ**
ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

MĚŘENÍ STABILITY KMITOČTU FUNKČNÍCH GENERÁTORŮ

MEASUREMENT OF FREQUENCY STABILITY OF FUNCTION GENERATORS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

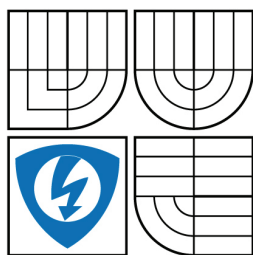
AUTOR PRÁCE
AUTHOR

MIROSLAV ŠMÍDEK

VEDOUcí PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. MARIE HAVLÍKOVÁ, Ph.D.

BRNO 2009



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav automatizace a měřicí techniky

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor
Automatizační a měřicí technika

Student: Miroslav Šmídek

ID: 77775

Ročník: 3

Akademický rok: 2008/2009

NÁZEV TÉMATU:

Měření stability kmitočtu funkčních generátorů

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Vypracujte přehled obecných postupů při vyhodnocování standardních nejistot u přímých a nepřímých měření, popište možné zdroje nejistot při měření, zákon šíření nejistot a způsoby zápisu výsledků měření.
2. Seznamte se s technickými parametry funkčních generátorů, u kterých bude ověřována krátkodobá stabilita kmitočtu a popište obecný postup vyhodnocování tohoto parametru včetně určení nejistot měření.
3. Realizujte zkušební měření krátkodobé kmitočtové stability funkčních generátorů referenčním měřidlem, kterým bude čítač Agilent 53131A. práce. Prezentujte dosažené výsledky měření včetně výpočtu nejistot.
4. Dbejte pokynů vedoucí práce.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

Přístrojová dokumentace

Palenčár,R., Vdoleček,F., Halaj,M.: Nejistoty v měření I až V, soubor článků v časopisech AUTOMA, č.7-8/2001, č.10/2001, č.12/2001, č.4/2002, č.5/2002

Dle pokynů vedoucí práce.

Termín zadání: 9.2.2009

Termín odevzdání: 1.6.2009

Vedoucí práce: Ing. Marie Havlíková, Ph.D.

prof. Ing. Pavel Jura, CSc.

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

Abstrakt

Tato práce pojednává o problematice nejistot měření a vyhodnocování krátkodobé kmitočtové stability funkčních generátorů Tesla BM 492, Newtronics 200 MSP a Agilent 33120A. Parametry krátkodobé kmitočtové stability jsou získávány univerzálním čítačem HP53131A.

Klíčová slova

standardní nejistota typu A, standardní nejistota typu B, standardní kombinovaná nejistota, standardní rozšířená nejistota, krátkodobá kmitočtová stabilita

Abstrakt

This work treat of problems uncertainties metering and plotting short - term frequency stability functional generators adze BM 492, Newtronics 200 MSP and Agilent 33120A. The parameters short - term frequency stability are obtaining universal counter HP53131A.

Key words

standard uncertainty type A, standard uncertainty type B, standard combined uncertainty, standard extended uncertainty, short - term frequency stability

Bibliografická citace

ŠMÍDEK, M. *Měření stability kmitočtu funkčních generátorů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2009. 65 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Marie Havlíková, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ AUTORA

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci *Měření stability kmitočtu funkčních generátorů* vypracoval samostatně pod vedením Ing. Marie Havlíkové, Ph.D a uvedl jsem v seznamu literatury všechny použité literární a odborné zdroje.

V Brně dne :

Podpis:

PODĚKOVÁNÍ

Zde bych rád poděkoval paní Ing. Marie Havlíková, Ph.D za její odborné vedení, cenné připomínky a odborné rady, kterými mi pomáhala při vypracovávání této bakalářské práce.

Obsah

1. ÚVOD [1].....	13
2. NEJISTOTY MĚŘENÍ [1], [6].....	14
2.1 Chyby měření [1], [11].....	14
2.1.1 Působení chyb [1],[11].....	14
2.1.2 Zdroje chyb [1,11,6].....	16
2.1.3 Chyby obsluhy a vyhodnocování [1],[6],[11].....	17
2.2 Typy nejistot [1], [2], [3].....	18
2.2.1 Standardní nejistota typu A [1],[2],[3].....	18
2.2.2 Standardní nejistota typu B [1],[2],[3],[6].....	19
2.2.3 Kombinovaná a rozšířená nejistota.....	24
2.3 Zákon šíření nejistot, korelace a kovariance [3],[6].....	25
2.3.1 Zákon šíření nejistot [3],[6].....	25
2.3.2 Kovariance odhadů [3].....	27
2.3.3 Určení kovariance metodou typu A [3].....	27
2.3.4 Určení kovariance metodou typu B	28
2.4 Zápis výsledků [2], [3], [4].....	30
2.4.1 Údaj a kombinovaná nejistota.....	30
2.4.2 Údaj a rozšířená nejistota.....	31
2.4.3 Bilanční tabulka.....	32
2.5 Zdroje nejistot [2], [3], [5].....	33
2.5.1 Vliv podmínek měření [2],[3],[5].....	33
2.5.2 Vliv měřících prostředků [2],[3],[5].....	34
2.5.3 Vliv obsluhy a vyhodnocování [2],[3],[5].....	35
3. KRÁTKODOBÁ STABILITA KMITOČTU.....	37
3.1 Technické parametry použitých přístrojů [7], [8], [9], [10].....	37
3.1.1 Funkční generátor Agilent 33220A.....	37
3.1.2 Funkční generátor Newtronics 200 MSP.....	38
3.1.3 Funkční generátor Tesla BM 492.....	39
3.1.4 Univerzální čítač HP 53131A.....	39
3.2 Postup vyhodnocování krátkodobé stability kmitočtu [10].....	40
3.3 Postup při vyhodnocování nejistoty [1], [2], [3], [10].....	41
3.3.1 Nejistota typu A.....	41
3.3.2 Nejistota typu B	41
3.3.3 Kombinovaná a rozšířená nejistota.....	45
4. REALIZACE MĚŘENÍ KRÁTKODOBÉ STABILITY KMITOČTU.....	47
4.1 Funkční generátor Tesla BM 492.....	47
4.1.1 Parametry krátkodobé frekvenční stability.....	47
4.1.2 Výpočet standardních nejistot typu A.....	50
4.1.3 Výpočet standardních nejistot typu B, kombinovaná a rozšířená nejistota.....	51
4.2 Funkční generátor Newtronix 200MPS.....	53
4.3 Funkční generátor Agilent 33120A.....	56

4.4 Dosažené výsledky krátkodobé frekvenční stability ověřovaných funkčních generátorů Tesla BM 492, Newtronics 200MSP, Agilent 33120A.....	60
5. ZÁVĚR.....	62
6. SEZNAM LITERATURY.....	64
7. PŘÍLOHY.....	65
7.1 Přehled pravděpodobnostních modelů [2].....	65

Seznam Tabulek

Tab 2.1 Obecná bilanční tabulka [4]	33
Tab.3.1 Amplitudová odchylka sinusového signálu $f=1\text{kHz}$, Agilent 33220A.....	38
Tab.3.2 Harmonické zkreslení sinusového signálu, Agilent 33220A.....	38
Tab. 4.1 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Tesla BM 492, měřeno čítačem HP53131A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=5\text{min}$	47
Tab. 4.2 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Tesla BM 492, měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{kHz}$, $\Delta t=5\text{min}$	48
Tab. 4.3 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Tesla BM 492, měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{MHz}$, $\Delta t=5\text{min}$	48
Tab. 4.4 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Tesla BM 492, měřeno čítačem HP53131A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=10\text{min}$	49
Tab. 4.5 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Tesla BM 492, měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{kHz}$, $\Delta t=10\text{min}$	49
Tab. 4.6 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Tesla BM 492, měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{MHz}$, $\Delta t=10\text{min}$	50
Tab. 4.7 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Newtronics 200MSP, měřeno čítačem HP53131A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=5\text{min}$	54
Tab. 4.8 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Newtronics 200MSP, měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{kHz}$, $\Delta t=5\text{min}$	54
Tab. 4.9 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Newtronics 200MSP, měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{MHz}$, $\Delta t=5\text{min}$	55
Tab. 4.10 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Newtronics 200MSP, měřeno čítačem HP53131A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=10\text{min}$	55

Tab. 4.11 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Newtronics 200MSP, měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{kHz}$, $\Delta t=10\text{min}$	56
Tab. 4.12 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Newtronics 200MSP, měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{MHz}$, $\Delta t=10\text{min}$	56
Tab. 4.13 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Agilent 33220A, měřeno čítačem HP53131A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=5\text{min}$	57
Tab. 4.14 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Agilent 33220A, měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{kHz}$, $\Delta t=5\text{min}$	57
Tab. 4.15 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Agilent 33220A, měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{MHz}$, $\Delta t=5\text{min}$	58
Tab. 4.16 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Agilent 33220A, měřeno čítačem HP53131A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=10\text{min}$	58
Tab. 4.17 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Agilent 33220A, měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{kHz}$, $\Delta t=10\text{min}$	59
Tab. 4.18 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Tesla BM 492, měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{MHz}$, $\Delta t=10\text{min}$	59
Tab. 4.19 Krátkodobá frekvenční stabilita funkčních generátorů Tesla BM 492, Newtronics 200MSP, Agilent 33120A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=5\text{ min}$	60
Tab. 4.20 Krátkodobá frekvenční stabilita funkčních generátorů Tesla BM 492, Newtronics 200MSP, Agilent 33120A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=5\text{ min}$	60
Tab. 4.21 Krátkodobá frekvenční stabilita funkčních generátorů Tesla BM 492, Newtronics 200MSP, Agilent 33120A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=5\text{ min}$	60
Tab. 4.22 Krátkodobá frekvenční stabilita funkčních generátorů Tesla BM 492, Newtronics 200MSP, Agilent 33120A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=5\text{ min}$	61
Tab. 4.23 Krátkodobá frekvenční stabilita funkčních generátorů Tesla BM 492, Newtronics 200MSP, Agilent 33120A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=5\text{ min}$	61
Tab. 4.24 Krátkodobá frekvenční stabilita funkčních generátorů Tesla BM 492, Newtronics 200MSP, Agilent 33120A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=5\text{ min}$	61

Seznam obrázků

Obr.1.: Univerzální čítač čítač HP 53131A.....	40
--	----

1.ÚVOD [1]

Metodika *nejistoty měření* se stále uplatňuje v souvislosti s měřením a jeho vyhodnocováním. Jedná se o nový koncept vyhodnocování nepřesnosti měření a nahrazuje starý koncept *chyby měření*. Tento nový koncept již téměř zdomácněl v oblasti kalibrace a vrcholové metrologie, ale v průmyslové praxi se prosazuje zatím jen pozvolna.[1]

K nástupu nové metodiky *nejistoty měření* došlo na počátku devadesátých let dvacátého století, ale doporučení k náhradě koncepce *chyby měření* novou koncepcí *nejistoty měření* přišlo již v osmdesátých letech dvacátého století Mezinárodním výborem pro váhy a míry (Comité International des Poids et Mesures – CIMP). Po přijetí mnoha navazujících doporučení byl vydán v roce 1990 dokument Západoevropského kalibračního sdružení WECC č.19, na jehož základě byly postupně přijímány další národní předpisy s cílem sjednotit vyjadřování nejistot měření.[1]

Za vrcholný dokument je považována Směrnice, která byla pod názvem Guide to Expression of the Uncertainty of Measurement vydána v roce 1993 mezinárodními metrologickými orgány. [1]

V České republice nový přístup reprezentují Technické předpisy metrologické TPM řady 005x. Odtud nový přístup dále proniká do dalších norem přijímaných v rámci harmonizace s normami ISO a EN. [1]

Závádění konceptu nejistot souvisí nejen s již zmíněnými předpisy, ale i s mnoha dalšími mezinárodními normami a to především s ISO 9000, ISO 10012 a ISO/IEC 17025. Jednotlivé normy udávají, kdy je potřeba nebo je vhodné nejistoty uvádět a jakým způsobem.[1]

2.NEJISTOTY MĚŘENÍ [1], [6]

2.1CHYBY MĚŘENÍ [1], [11]

V reálných podmínkách nelze realizovat měření, žádnou měřicí metodu ani žádný přístroj absolutně přesnými a proto každé měření je zatíženo určitou chybou. Tato chyba je odchylkou mezi naměřenou a skutečnou hodnotou sledované veličiny. Existence chyby měření vede k tomu, že výsledek měření se pohybuje v určitém tolerančním poli kolem skutečné hodnoty a k rovnosti naměřené a skutečné hodnoty dochází jen ve velmi vzácných případech. Realizace etalonů je oblastí, kde je největší snaha o eliminaci chyb měření.[1]

Chyby do několika kategorií podle:

podle působení

- systematické,
- náhodné,
- hrubé,

podle zdroje chyb

- přístroje,
- metody,
- pozorování,

podle vyhodnocení

- absolutní,
- relativní.

2.1.1 Působení chyb [1],[11]

Systematické chyby měření jsou chyby, které se při opakovaném měření projevují stále stejně. Tyto chyby měření mají stejné znaménko a lze určit jejich velikost. Při známé příčině vzniku systematické chyby měření lze určit velikost systematické chyby měření výpočtem nebo pomocí jiného, přesnějšího měření. Systematickou chybu lze rozdělit na dvě části:část odstranitelnou korekcemi a kompenzacemi měření a část která se dá označit, jako nevylučitelná systematická chyba.[1][11]

Náhodné chyby působí zcela nahodile, dají se jen velmi těžko předvídat a nelze je vyloučit z vyhodnocování chyb měření. Náhodné chyby při opakovaném měření mění svoje znaménko a velikost a proto je nelze odstranit korekcí. Při určování velikosti *náhodných chyb* se vychází z opakovaných měření a následného použití statistických metod odpovídajících patřičnému pravděpodobnostnímu modelu, reprezentovanému zákonem rozdělení příslušné náhodné chyby.[1] Výsledek měření při n opakováních měření je určen odhadem \bar{x} měřené veličiny X , viz (2.1):

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \text{ kde} \quad (2.1)$$

- n - počet měření,
 x_i - jednotlivá měření,
 \bar{x} - odhad měřené veličiny X .

Náhodná chyba bývá nejčastěji reprezentována jako směrodatná odchylka výběrového souboru s , méně často už směrodatnou odchylkou odhadu $s_{\bar{x}}$. [1],[11] Tyto dvě směrodatné odchylky charakterizují chování náhodných chyb.

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta_{xi}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \text{ kde} \quad (2.2)$$

- s - směrodatná odchylka výběrového souboru,
 n - počet měření,
 x_i - jednotlivá měření veličiny X ,
 $s_{\bar{x}}$ - směrodatná odchylka odhadu výběrového souboru,

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}, \text{ kde} \quad (2.3)$$

- s - směrodatná odchylka výběrového souboru,
 n - počet měření,

- x_i - jednotlivá měření veličiny X ,
 $s_{\bar{x}}$ - směrodatnou odchylkou odhadu výběrového souboru.

Hrubé chyby jsou zcela nevyzpytatelné a vznikají především nedodržením příslušných měřicích postupů, podmínek měření a nepozorností obsluhy. *Hrubé chyby* znehodnocují celé měření, a z tohoto důvodu hodnoty, které výrazně vybočují z řady, jsou vyloučeny z dalšího zpracování.[1]

Výsledná chyba je dána především součtem systematické a náhodné složky chyby, viz (2.4). Maximální hodnota výsledné chyby může být odhadnuta jako (2.5).

$$\bar{x} - x_s$$

kde systematická složka je e a náhodná složka je $\varepsilon = s$, popř. $\varepsilon = 2s$.

$$\Delta_x = e + \varepsilon, \text{ kde} \quad (2.4)$$

- Δx - výsledná chyba,
 e - systematická složka výsledné chyby
 ε - náhodná složka systematické chyby.

$$\Delta_{x_{max}} = (\bar{x} - x_s) + 2s \quad (2.5)$$

- Δx_{max} - maximální hodnota výsledné chyby
 x_s - skutečná hodnota měřené veličiny,
 \bar{x} - odhad měřené veličiny,
 $\bar{x} - x_s$ - systematická složka e výsledné chyby
 $2s$ - náhodná složka ε systematické chyby

2.1.2 Zdroje chyb [1,11,6]

Chyby přístrojů jsou způsobeny nedokonalostmi použitých měřicích prostředků, vznikajících při výrobě, montáži nebo opotřebením dále stárnutím (změna charakteristik a parametrů v čase) a nevhodnou instalací nebo uložením na pracovišti.

Chyba metody vzniká buď nedokonalostí samotné měřicí metody, nebo přílišným zjednodušením měřicí metody.

Chyby pozorování jsou zapříčiněny hlavně osobou pozorovatele a to buď nepozorností nebo nedokonalými smysly pozorovatele. [1],[6],[11]

2.1.3 Chyby obsluhy a vyhodnocování [1],[6],[11]

Chyby obsluhy a vyhodnocování vznikají hlavně při výpočtech, použitím přibližných vztahů, zjednodušení, linearizace, interpolace, extrapolace, zaokrouhlování, nedostatečným vyčíslením konstant, atd.

Absolutní chyba Δ_x je dána rozdílem mezi naměřenou hodnotou x_m a skutečnou hodnotou x_s a má stejné jednotky jako měřená veličina. [1],[6],[11]

$$\Delta_x = x_m - x_s, \text{ kde} \quad (2.6)$$

Δ_x - absolutní chyba měřené veličiny

x_m - naměřená hodnota měřené veličiny

x_s - skutečná hodnota měřené veličiny

Relativní chybu získáme podělením absolutní chyby Δ_x skutečnou hodnotou x_s a jde tedy o poměrné vyjádření chyby. *Relativní chyba* je bezrozměrné číslo, které je možné vyjádřit v procentech tak, že se podíl absolutní chyby a skutečné chyby vynásobí číslem 100. [1],[6],[11]

$$\delta_x = \frac{\Delta_x}{x_s} = \frac{x_m - x_s}{x_s}, \text{ kde} \quad (2.7)$$

x_m - je naměřená hodnota

x_s - je skutečná hodnota

V reálných podmínkách skutečnou hodnotu zjistit nelze a nahrazuje se hodnotou formálně správnou, to je většinou hodnota odhadu měření, nebo se získá jako hodnota referenčního měřidla. [1],[6],[11]

2.2 TYPY NEJISTOT [1], [2], [3]

Pojmem *nejistota měření* se rozumí parametr, který souvisí s měřením, a který charakterizuje rozsah hodnot, které lze racionálně přiřadit k měřené veličině. Nejistota měření je složena z několika dílčích nejistot(složek).[1],[2],[3]

Ke stanovení těchto složek máme dvě metody:

Metoda typu A – statistické zpracování naměřených hodnot,

Metoda typu B – pro každé zpracování naměřených hodnot, vyjímaje statistického.

Někdy jsou nejistoty získané těmito metodami označovány jako standardní nejistota typu A nebo jen zkráceně nejistota A, respektive standardní nejistota typu B či zkráceně nejistota typu B. Výsledná nejistota se určí jako odmocnina ze součtu čtverců nejistot typu A a typu B. Výsledná nejistota se někdy označuje jako standardní nejistota kombinovaná či zkráceně jen kombinovaná nejistota.[1],[2],[3]

2.2.1 Standardní nejistota typu A [1],[2],[3]

Tato metoda je založena na statistické analýze opakované série měření. Pro $n > 1$ stejně přesných nezávislých měření je odhad \bar{x} měřené veličiny dán hodnotou výběrového průměru, nebo-li aritmetického průměru. Nejistota příslušná k odhadu \bar{x} se určí jako směrodatná odchylka výběrového průměru. Standardní nejistota typu A $u_A(x)$ je dána vztahem viz (2.8):

$$u_{Ax} = s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \text{ kde} \quad (2.8)$$

$u_A(x)$ - standardní nejistota typu A,

s - směrodatná odchylka výběrového souboru,

n - počet měření,

x_i - jednotlivá měření veličiny X ,

$s_{\bar{x}}$ - směrodatnou odchylkou odhadu výběrového souboru.

Standardní nejistota typu A vzniká při kolísání naměřených hodnot. Pro omezený počet měření $n < 10$ je tato metoda značně nepřesná a vztah (2.8) neplatí.

Je-li ale měřicí proces statisticky řízen a je-li uveden průřezový rozptyl s_{pr}^2 , charakterizující rozptýlení řízeného měřicího procesu a počet měření $n < 10$, lze potom použít pro výpočet standardní nejistoty typu A vztah (2.9). [1],[2],[3],[6]

$$u_A(x) = \frac{s_{pr}}{\sqrt{n}}, \text{ kde} \quad (2.9)$$

$u_A(x)$ - standardní nejistota typu A

s_{pr} - směrodatná odchylka výběrového souboru

n - počet měření

2.2.2 Standardní nejistota typu B [1],[2],[3],[6]

Standardní nejistota typu B není založena na statistickém přístupu k vyhodnocování série pozorování. Tato metoda se odhaduje na základě racionálního úsudku na základě všech možných dostupných informací, které lze nejčastěji získat z údajů výrobce měřicí techniky, zkušenosti z předchozích sérií měření, zkušenosti s vlastnostmi chování materiálů a techniky a poznatky o nich, údaje získané při kalibraci a z certifikátů, nejistoty referenčních údajů v příručkách. [1],[2],[3],[6]

Jak je patrné, je využití těchto informací značně závislé na zkušenostech experimentátora a jeho pohledu na problematiku. Univerzální postup pro stanovení nejistot typu B neexistuje. Je to zapříčiněno nepřeberným množstvím příčin vzniku těchto nejisto. Existuje ale přibližný rámec pro určení nejistoty typu B [2].

1.krok: Vytipování možných zdrojů $Z_1, Z_2, \dots, Z_j, \dots, Z_p$ nejistot.

2.krok: Určení standardní nejistoty typu B zvlášť od každého zdroje nejistot.

3.krok: Posouzení korelace mezi jednotlivými zdroji nejistot $Z_1, Z_2, \dots, Z_j, \dots, Z_p$.

4.krok: Určení vztahu mezi veličinou X a jednotlivými zdroji $Z_1, Z_2, \dots, Z_j, \dots, Z_p$ nejistot, který můžeme zapsat obecně jako funkční závislost (2.10).

$$X = f(Z_1, Z_2, \dots, Z_j, \dots, Z_p), \text{ kde} \quad (2.10)$$

X - měřená veličina

$Z_1, Z_2, \dots, Z_j, \dots, Z$ - zdroji nejistot

5.krok: Výpočet standardní nejistoty typu B $u_B(x)$ za použití zákona o šíření nejistot. Pokud jsou veličiny nekorelované, platí vztah (2.11). Použitím vztahu (2.11) získá výsledná nejistota typu B charakter směrodatné odchylky.

$$u_B(x) = \sqrt{\sum_{j=1}^p A_j^2 u_{Bzj}(x)} \text{ , kde} \quad (2.11)$$

p - počet zdrojů nejistot,

A_j - koeficient citlivosti,

$u_{Bzj}(x)$ - jsou nejistoty jednotlivých zdrojů.

Vždy je potřeba důsledně zvážit všechny vlivy, které by se mohly projevit jako zdroje nejistot a jejich vliv na výsledek měření. Nejsou-li známy standardní nejistoty typu B od jednotlivých zdrojů nejistot, mohou nastat různé situace viz seznam níže [2]:

Známe rozšířenou nejistotu U a koeficient rozšíření k_r

Lze-li z certifikátů, dokumentace výrobce, nebo odjinud zjistit rozšířenou nejistotu U a koeficient rozšíření k_r , stanoví se standardní nejistota typu B $u_B(x)$ od příslušného zdroje x vztahem (2.12) [2]:

$$u_B(x) = \frac{U}{k_r} \text{ , kde} \quad (2.12)$$

$u_B(x)$ - standardní nejistota typu B,

U - rozšířená nejistota,

k_r - koeficient rozšíření.

Známe rozpětí normálního rozdělení

Je-li známa délka intervalu $2U$ a při určování tohoto intervalu se vycházelo z normovaného normálního rozdělení pravděpodobnosti, určí se standardní nejistota typu B $u_B(x)$ vztahem (2.13) [2]:

$$u_B(x) = \frac{U}{k_p} \text{ , kde} \quad (2.13)$$

$u_B(x)$ - standardní nejistota typu B

- U - polovina intervalu, ve kterém se nachází většina naměřených hodnot,
- k_p - koeficient rozšíření.

Koeficient rozšíření se určuje z kvantilů normovaného normálního rozdělení pravděpodobnosti. Pro pravděpodobnost $P=90\%$ je $k_p=1,64$, pro $P=95\%$ je $k_p=1,96$, pro $P=99\%$ je $k_p=2,58$ a pro $P=99,73\%$ je $k_p=3$. [2]

Známé hranice vlivu zdroje nejistot

Postup při nemožnosti jen odhadu hranic, ve kterých se hodnoty měřené veličiny nacházejí, s přesností cca. 100% viz níže.

1.krok: Odhad hodnoty odchylek $\pm Z_{jmax}$ od jmenovité hodnoty měřené veličiny příslušející zdroji Z_j , jejichž překročení je vyloučeno.

2.krok: Posouzení rozdělení pravděpodobnosti odchylek v tomto intervalu a určení jeho aproximace.

3.krok: Výpočet standardní nejistoty typu B podle vztahu viz (2.14):

$$u_B(x) = \frac{Z_{jmax}}{k}, \text{ kde} \quad (2.14)$$

- $u_B(x)$ - standardní nejistota typu B,
- Z_{jmax} - odhad hodnoty odchylek od jmenovité hodnoty měřené veličiny příslušející zdroji Z_j ,
- k - hodnota příslušná ke zvolené aproximaci rozdělení pravděpodobnosti.

Nejčastěji se používá rozdělení normální (Gaussovo) nebo rovnoměrné (pravoúhlé). Pro normální rozdělení platí nejčastěji $k=2$ nebo $k=3$ a pro rovnoměrné rozdělení $k=\sqrt{3}$. [2]

Pro výskyt malých odchylek od jmenovité hodnoty, kdy s rostoucí velikostí odchylek jejich pravděpodobnost klesá, se používá aproximace normálním rozdělením. Toto normální rozdělení pravděpodobnosti odpovídá Gaussovu rozdělení. [2] [6]

Pro stejnou pravděpodobnost výskytu kterékoliv odchylky po celém daném intervalu odchylek od jmenovité hodnoty měřené veličiny příslušející zdroji $Z_j \pm Z_{jmax}$ se používá rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti. V praxi se tato aproximace používá z důvodu nedostatečných informací o rozdělení pravděpodobnosti výskytu odchylek. Rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti přiděluje všem odchylkám od jmenovité hodnoty po celém intervalu odchylek od jmenovité hodnoty měřené veličiny příslušející zdroji $Z_j \pm Z_{jmax}$ stejnou pravděpodobnost výskytu. [2],[6]

Použití číslicového měřícího přístroje

Při použití číslicových měřících přístrojů je nutné vždy počítat se zdrojem nejistoty. Tímto zdrojem nejistoty se rozumí rozlišitelnost poslední platné číslice. Každý číslicový měřící přístroj měří v určitých kvantech. Toto měření v kvantech způsobuje zaokrouhlení výsledku. To znamená, že i když při opakovaném měření se hodnota údaje na měřícím přístroji nemění, tak nejistota v tomto případě není nikdy nulová. Pro odhad nejistoty se používá model rovnoměrného rozložení pravděpodobnosti v intervalu odchylek od jmenovité hodnoty měřené veličiny příslušející zdroji $Z_j \pm Z_{jmax}$, který je vymezen rozlišovací schopností daného přístroje.[2] Výslednou standardní nejistotu určíme ze vztahu (2.15):

$$u_B(Z_j) = \frac{\delta(Z_j)}{2\sqrt{3}}, \text{ kde} \quad (2.15)$$

$u_B(Z_j)$ - standardní nejistota typu B zdroje nejistoty Z_j

Z_j - zdroj nejistoty

Vztah (2.15) platí pouze za předpokladu, že mimo interval, vymezený rozlišovací schopností daného přístroje, je měřící přístroj absolutně přesný. Absolutní přesnosti ale v reálných podmínkách dosáhnout nelze. U většiny číslicových přístrojů používaných v praxi se uvádí chyba z měřené hodnoty a chyba z rozsahu. Chyba z měřené hodnoty se většinou vyjadřuje v procentech a chyba z rozsahu v digitech. Do chyby z rozsahu je začleněna i chyba rozlišení. Pro výpočet standardní nejistoty typu B je potřeba výpočet maximální odchylky. Tato maximální odchylka Z_{jmax} je dána vztahem (2.16). [2],[6]

$$Z_{jmax} = \bar{x} \cdot \delta_x + d \cdot D, \text{ kde} \quad (2.16)$$

- Z_{jmax} - maximální odchylka,
 x - odhad naměřených hodnot,
 δ_x - přesnost měřené hodnoty udávaná výrobcem,
 d - počet digitů s jakou přesností přístroj pracuje,
 D - hodnota jednoho digitu (rozlišení přístroje na zvoleném měřicím rozsahu).

Pro výpočet standardní nejistoty typu B $u_B(x)$ se maximální odchylka Z_{jmax} následně dosadí do vztahu (2.14). [2],[6]

Použití analogového měřicího přístroje

Při použití analogového měřicího přístroje je zdrojem nejistot nedokonalé odečítání hodnoty, protože jen málokdy je měřená hodnota shodná s celými násobky dílků stupnice. Odečet měřené veličiny ze stupnice je jen nepřesný hádáním měřené hodnoty. [2]

Při návrhu analogové stupnice je potřeba brát v úvahu rozlišovací schopnost lidského oka. Rozlišovací schopnosti zaškolené obsluhy a laiků se značně liší. Při čtení pouhým okem bez jakýchkoliv pomůcek se uvažuje přesnost čtení u zaškolené obsluhy od ± 0.3 do ± 0.25 dílku a u nezaškolené obsluhy, se počítá s přesností ± 0.5 dílku. Tyto hodnoty jsou vztaženy k tzv. střední stupnici, která má dílek dlouhý přibližně 1 mm. [2], [6]

Při použití jemné stupnice je situace mnohem komplikovanější z důvodu vyžadování značné zručnosti a trénovanosti obsluhy a přesnost odečítání hodnoty je maximálně cca. půl dílku. Tato přesnost, respektive nepřesnost, je důvodem malého rozšíření analogových stupnic pro čtení pouhým okem. Jemná stupnice mívá dílek dlouhý přibližně 0.5 mm. [2],[6]

Nepřesné odečítání hodnoty z analogové stupnice není jediná složka nejistoty. Reálné přístroje jsou v reálných podmínkách vždy zatíženy chybou měření. Tato chyba měření se vyjadřuje jako maximální relativní odchylka měřené hodnoty, nebo-li jinak řečeno třída přesnosti δ_{TP} . Maximální odchylka měřené veličiny pro analogové přístroje je dána vztahem (2.17). [2],[6]

$$z_{jmax} = \bar{x} \cdot \delta_{TP}, \text{ kde} \quad (2.17)$$

- Z_{jmax} - maximální odchylka měřené veličiny,
 \bar{x} - odhad měřené veličiny (aritmetický průměr),
 δ_{TP} - třída přesnosti přístroje.

Výsledná standardní nejistota typu B je dána dosazením maximální odchylky měřené veličiny Z_{jmax} do vztahu (2.14). Pro analogové přístroje se používá rovnoměrné rozložení pravděpodobnosti. Celková standardní nejistota se spočítá podle zákona šíření nejistot dosazením do vztahu (2.11), kde koeficienty citlivosti A_j jsou rovny 1. [2],[6]

Přítomnost hystereze

V reálných podmínkách se často vyskytují přístroje s charakteristikou zatíženou nezanedbatelnou hysterezí. Při výpočtu standardní nejistoty typu B způsobené tímto zdrojem je postup schodný s analogovými přístroji. Opět se vypočte maximální odchylka Z_{jmax} a za použití této odchylky se určí příslušná standardní nejistota typu B. [2],[6]

2.2.3 Kombinovaná a rozšířená nejistota

V reálných podmínkách je většinou nutné uvažovat vlivy standardních nejistot typu A i B současně. Z tohoto důvodu se zavedl pojem kombinovaná nejistota $u_c(x)$. Ta zachycuje kombinované působení obou typů nejistot. Kombinovaná nejistota $u_c(x)$ je dána odmocninou ze součtu čtverců standardních nejistot typu A a B. Výsledný vztah kombinované nejistoty $u_c(x)$ je dán vztahem (2.18):

$$u_c(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)}, \text{ kde} \quad (2.18)$$

- $u_c(x)$ - kombinovaná nejistota,
 $u_A(x)$ - standardní nejistota typu A,
 $u_B(x)$ - standardní nejistota typu B.

V reálných podmínkách existují případy, kdy kombinovaná nejistota $u_c(x)$ nepostačuje. To je způsobeno pokrytím intervalu měřených hodnot standardní nejistotou např. při normálním rozdělení pravděpodobnosti pouze z cca. 68%.

Podobné je to i u jiných rozdělení pravděpodobnosti. Pro dosažení lepšího pokrytí intervalu (cca. 100%), rozšíříme standardní nejistotu koeficientem rozšíření k_r . Tento koeficient rozšíření k_r je dán kvantily normovaného normálního Gaussova rozdělení pravděpodobnosti.[2] Koeficient rozšíření k_r nabývá hodnot pro rozšíření pravděpodobnosti pokrytí intervalu na 95% $k_r=2$ a pro rozšíření na 99.7% $k_r=3$. [2],[6] Rozšířená nejistota je dána vtahem viz (2.19):

$$U = k_r \cdot u, \text{ kde} \quad (2.19)$$

- U - rozšířená nejistota,
 k_r - koeficient rozšíření,
 u - standardní nejistota.

2.3 ZÁKON ŠÍŘENÍ NEJISTOT, KORELACE A KOVARIANCE [3],[6]

2.3.1 Zákon šíření nejistot [3],[6]

Při nepřímých měřeních je výstupní veličina Y známou funkcí g veličin X_1, X_2, \dots, X_m . Pro tuto známou funkci g platí, že vstupní veličiny X_1, X_2, \dots, X_m jsou takové veličiny, které můžeme přímo změřit a nebo jejichž odhady, nejistoty a kovariance známe z jiných zdrojů [3],[6]. Pro vstupní veličinu Y platí:

$$Y = g(X_1, X_2, \dots, X_m), \text{ kde} \quad (2.20)$$

- Y - výstupní veličina,
 g - známá funkce výstupní veličiny,
 X_1, X_2, \dots, X_m - vstupní veličiny.

Hledaný odhad \bar{y} výstupní veličiny Y je dán vztahem (2.21):

$$\bar{y} = g(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m), \text{ kde} \quad (2.21)$$

- \bar{y} - hledaný odhad výstupní veličiny Y ,
 $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ - odhady vstupních veličin X_1, X_2, \dots, X_m .

V případě, že odhady vstupních veličin $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ jsou nekorelované, určí se nejistota odhadu výstupní veličiny \bar{y} podle vztahu (2.22):

$$u(\bar{y}) = \sqrt{\sum_{j=1}^p A_j^2 u_{Bzj}(\bar{y})}, \text{ kde} \quad (2.22)$$

- $u(\bar{y})$ - nejistota odhadu \bar{y} veličiny Y ,
 A_j - koeficienty citlivosti jednotlivých zdrojů nejistot,
 $u_{Bzj}(\bar{y})$ - příspěvky od jednotlivých zdrojů nejistot (odhadů) k celkové nejistotě.

Vztah (2.22) představuje zákon šíření nejistot v nejjednodušší formě. Pro koeficienty nejistot A_j platí vztah (2.23).

$$A_j = \left. \frac{\partial g(X_1, X_2, \dots, X_m)}{\partial X_j} \right|_{X_1 = \bar{x}_1, \dots, X_m = \bar{x}_m}, \text{ kde} \quad (2.23)$$

- A_j - koeficienty citlivosti jednotlivých zdrojů nejistot,
 $g(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m)$ - hledaný odhad výstupní veličiny Y ,
 X_j - odhad příslušného zdroje nejistot.

Za předpokladu, že odhady $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ jsou korelované, je nutné také uvažovat kovariance mezi jednotlivými odhady, které nám tvoří další složky výsledné nejistoty. V tomto případě bude mít zákon šíření nejistot tvar (2.24), [3]

$$u(\bar{y}) = \sqrt{\sum_{i=1}^m A_i^2 u^2(\bar{x}_i) + 2 \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j>i}^m A_i A_j u(\bar{x}_i \bar{x}_j)}, \text{ kde} \quad (2.24)$$

- $u(\bar{y})$ - nejistota odhadu \bar{y} veličiny Y ,
 A_i, A_j - koeficienty citlivosti jednotlivých zdrojů nejistot,
 $u(\bar{x}_i \bar{x}_j)$ - kovariance mezi navzájem korelovanými odhady \bar{x}_i a \bar{x}_j

Odhady \bar{x}_i a \bar{x}_j mohou být dvě různé veličiny, které jsou vzájemně závislé, nebo také i dvě hodnoty stejné veličiny, mezi kterými existuje jistá korelační vazba.

Někdy bývá vhodné určit nejistoty odhadu \bar{y} výstupní veličiny Y metodou typu A i B a následně vypočítat standardní kombinovanou nejistotu. Standardní kombinovaná nejistota se vypočítá podle vztahu (2.18).

2.3.2 Kovariance odhadů [3]

Pojmem kovariance se rozumí vzájemný vztah mezi dvěma nebo více měřenými veličinami. Tyto kovariance jsou důsledkem existence společných zdrojů nejistot pro více veličin. Korelace se uplatňuje např. při měření více veličin jedním přístrojem nebo při opakovaném měření různými měřidly. Kovariance mezi odhady vlivů jednotlivých zdrojů určuje, jak jsou tyto odhady vzájemně ovlivněny společnými zdroji nejistot. Navzájem závislé zdroje nejistot přispívají k výsledné nejistotě v závislosti na tom, jak se příslušné nejistoty slučují. Tyto navzájem závislé zdroje nejistot jsou brány v úvahu z důvodu zohlednění jejich vlivů ve výsledné nejistotě. Kovariance mohou výslednou nejistotu zvětšit ale i zmenšit. To jestli ji zvětší nebo zmenší je závislé hlavně na tom, jaký je směr jejich působení a to buď souhlasný či protichůdný a také na tvaru funkce, kterou jsou vázány na výstupní veličinu. Kovariance se určují pomocí metody typu A nebo B.[3]

2.3.3 Určení kovariance metodou typu A [3]

Je-li k dispozici n naměřených hodnot dvou odhadů \bar{x}_i a \bar{x}_j vstupních veličin X_i a X_j a odhady \bar{x}_i a \bar{x}_j jsou představovány jejich aritmetickými průměry, viz vztahy (2.25):

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ik}, \quad \bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{jk}, \text{ kde} \quad (2.25)$$

\bar{x}_i, \bar{x}_j - odhady vstupních veličin X_i a X_j ,

n - počet prvků (měření),

x_{ik}, x_{jk} - jednotlivé prvky (měření) vstupních veličin X_i a X_j ,

potom je kovariance určená metodou typu A dána vztahem (2.26):

$$u_A(\bar{x}_i, \bar{x}_j) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_i)(x_{jk} - \bar{x}_j), \text{ kde} \quad (2.26)$$

$u_A(\bar{x}_i, \bar{x}_j)$ - kovariance mezi odhady \bar{x}_i, \bar{x}_j vstupních veličin X_i a X_j ,

\bar{x}_i, \bar{x}_j - odhady vstupních veličin X_i a X_j ,

x_{ik}, x_{jk} - jednotlivé prvky (měření) vstupních veličin X_i a X_j ,

n - počet prvků (měření).

2.3.4 Určení kovariance metodou typu B

Výpočet kovarianci touto metodou není založen na statistické analýze naměřených hodnot. Kovarianci lze zjistit z literatury, z certifikátů přístrojů nebo výpočtem. Postup výpočtu viz níže:

1.krok: Vytipování zdroje korelací (závislostí)

2.krok: Pro každý zdroj každé dvojice odhadů \bar{x}_i, \bar{x}_j se odhadne korelační koeficient $r(\bar{x}_i, \bar{x}_j)$. Odhaduje se na základě zkušeností. Tento korelační koeficient $r(\bar{x}_i, \bar{x}_j)$ vyjadřuje míru závislosti mezi odhady \bar{x}_i, \bar{x}_j a nabývá hodnot od -1 do $+1$. Hodnoty korelačního koeficientu $r(\bar{x}_i, \bar{x}_j)$ blízké nule odpovídají slabé závislosti a hodnoty blízké ± 1 silné závislosti. Hodnota kovariance je určena vztahem viz (2.27):

$$u_b(\bar{x}_i, \bar{x}_j) = r(\bar{x}_i, \bar{x}_j) u_B(\bar{x}_i) u_B(\bar{x}_j), \text{ kde} \quad (2.27)$$

$u_b(\bar{x}_i, \bar{x}_j)$ - kovariance mezi odhady \bar{x}_i, \bar{x}_j vstupních veličin X_i a X_j ,

$r(\bar{x}_i, \bar{x}_j)$ - korelační koeficient dvojice odhadů \bar{x}_i, \bar{x}_j ,

$u_B(\bar{x}_i), u_B(\bar{x}_j)$ - standardní nejistoty typu B odhadů \bar{x}_i, \bar{x}_j .

3.krok: Jestliže dvě vstupní veličiny X_1, X_2 s odhady \bar{x}_1, \bar{x}_2 jsou funkcemi nezávislých veličin Z_1, Z_2, \dots, Z_m , tyto nezávislé veličiny Z_1, Z_2, \dots, Z_m lze vyjádřit vztahy viz (2.28), potom je možné určit kovarianci mezi dvěma odhady \bar{x}_1, \bar{x}_2 pomocí vztahu (2.29), kde A_{1i}, A_{2i} jsou koeficienty citlivosti pro funkce g_1, g_2 podle vztahu (2.23).

$$\begin{aligned} X_1 &= g_1(Z_1, Z_2, \dots, Z_m) \\ X_2 &= g_2(Z_1, Z_2, \dots, Z_m) \end{aligned} \quad \text{kde} \quad (2.28)$$

X_1, X_2 - vstupní veličiny,

Z_1, Z_2, \dots, Z_m - nezávislé veličiny vstupních veličin X_1 a X_2 .

$$u_b(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \sum_{i=1}^m A_{1i} A_{2i} u_B^2(\bar{z}_i), \text{ kde} \quad (2.29)$$

$u_B(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ - kovariance mezi odhady \bar{x}_1, \bar{x}_2 , vstupních veličin X_1 a X_2 ,

A_{1i}, A_{2i} - koeficienty citlivosti pro funkce g_1, g_2

$u_B(\bar{z}_i)$ - standardní nejistota typu B odhadů nezávislých veličin

Z_1, Z_2, \dots, Z_m vstupních veličin X_1 a X_2

Určení Kovariance mezi odhady \bar{x}_1, \bar{x}_2 na základě znalosti funkčních závislostí vstupních veličin X_1, X_2 na nezávislých veličinách Z_1, Z_2, \dots, Z_m umožňuje vhodným sestavením modelu měření obejít odhadování korelačního koeficientu. Nahrazením veličin X_1, X_2 ve vztahu (2.20) vztahy (2.28) se docílí toho, že vzájemně závislé vztahy X_1, X_2 se již ve vztahu (2.20) nebudou objevovat.

4.krok: Jestliže dvě vstupní veličiny X_1, X_2 s odhady \bar{x}_1, \bar{x}_2 , jsou funkcemi nezávislých veličin Z_1, Z_2, \dots, Z_m , které je možné vyjádřit vztahy (2.28), určí se kovariance mezi odhady \bar{x}_1, \bar{x}_2 podle vztahu (2.30), kde $u_b(\bar{z}_i, \bar{z}_j)$ znamená kovariance mezi odhady \bar{z}_i a \bar{z}_j .

$$u_b(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m A_{1i} A_{2j} u_b(\bar{z}_i, \bar{z}_j) = \sum_{i=1}^m A_{1i} A_{2i} u_B^2(\bar{z}_i) + \sum_{i=1}^m \sum_{j>i}^m A_{1i} A_{2j} u_b(\bar{z}_i, \bar{z}_j), \text{ kde} \quad (2.30)$$

$u_B(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ - kovariance mezi odhady \bar{x}_1, \bar{x}_2 ,

A_{1i}, A_{2i} - koeficienty citlivosti pro funkce g_1, g_2

$u_b(\bar{z}_i, \bar{z}_j)$ - kovariance mezi odhady \bar{z}_i a \bar{z}_j

5.krok: Pro případ, že nelze určit korelační koeficient $r(\bar{x}_i, \bar{x}_j)$ odhadů

\bar{x}_i, \bar{x}_j a nelze se vyhnout korelacím sestavením vhodného modelu, se

určí maximální vliv korelace na výslednou nejistotu pomocí horní hranice odhadu standardní nejistoty měřené veličiny X .

Za předpokladu, že veličiny X_1 , X_2 jsou korelované, stupeň korelace není znám a ostatní veličiny v modelu nejsou korelované, platí vztah (2.31).

$$\begin{aligned} u_B^2(\bar{y}) &\leq \left[|A_1 u_B(\bar{x}_1)| + |A_2 u_B(\bar{x}_2)| \right]^2 + \sum_{i=3}^m A_i^2 u_B^2(\bar{x}_i) = \\ &= A_1^2 u_B^2(\bar{x}_1) + A_2^2 u_B^2(\bar{x}_2) + \\ &+ 2 |A_1 A_2| u_B(\bar{x}_1) u_B(\bar{x}_2) + \sum_{i=3}^m A_i^2 u_B^2(\bar{x}_i) = \quad , \text{kde} \quad (2.31) \\ &\sum_{i=1}^m A_i^2 u_B^2(\bar{x}_i) + 2 |A_1 A_2| u_B(\bar{x}_1) u_B(\bar{x}_2) \end{aligned}$$

$u_B(\bar{y})$ - standardní nejistota typu B odhadu \bar{y} výstupní veličiny Y ,

A_i - koeficient citlivosti příslušného zdroje nejistot

$u_B(\bar{x}_i)$ - standardní nejistota typu B odhadu \bar{x}_i vstupní veličiny X_i

2.4 ZÁPIS VÝSLEDKŮ [2], [3], [4]

Doporučují se dva způsoby zápisu uvádění výsledku měření. První způsob je pomocí standardní kombinované nejistoty a druhý je pomocí rozšířené nejistoty. Současně je možné ještě použít zápis pomocí tzv. bilanční tabulky.

2.4.1 Údaj a kombinovaná nejistota

Zvolením tohoto typu zápisu výsledků je třeba dodržet tato pravidla:

1.pravidlo: uvést podrobnou definici měřené veličiny Y .

2.pravidlo: uvést odhad \bar{y} měřené veličiny Y společně s kombinovanou standardní nejistotou $u_c(\bar{y})$ odhadu \bar{y} měřené veličiny Y a jednotkou, ve které jsou odhad a nejistota uvedeny.

3.pravidlo: jestliže je to vhodné uvést i relativní standardní

kombinovanou nejistotu $u_c(\bar{y})/|\bar{y}|$, $|\bar{y}| \neq 0$

4.pravidlo: v případě potřeby uvést bilanční tabulku

Příklady možných zápisů pro konkrétní příklad:

Závaží má nominální hodnotou $m = 100 \text{ g}$. Standardní kombinovaná nejistota je $u_c = 0.35 \text{ mg}$ a ve skutečnosti jsme změřili hmotnost tohoto závaží jako $m = 100.02147 \text{ g}$.

1.příklad zápisu výsledku: $m = 100.02147 \text{ g}$ s $u_c = 0.35 \text{ mg}$

2.příklad zápisu výsledku: $m = 100.02147 (35) \text{ g}$

Číslo v závorce představuje číselnou hodnotu kombinované standardní nejistoty u_c s dekadickým řádem shodným s řádem posledních dvou číslic zapsaného výsledku.

3.příklad zápisu výsledku: $m = 100.02147 (0.00035) \text{ g}$

Číslo v závorce představuje číselnou hodnotu kombinované standardní nejistoty u_c vyjádřenou v jednotce, ve které je zapsán výsledek.

4.příklad zápisu výsledku: $m = (100.02147 \pm 0.00035) \text{ g}$

Číslo za značkou \pm představuje číselnou hodnotu kombinované standardní nejistoty u_c . Tento zápis není doporučovaný, protože se přednostně používá při zápisu výsledku měření s rozšířenou nejistotou.

2.4.2 Údaj a rozšířená nejistota

Při zápisu výsledků měření pomocí rozšířené nejistoty $U = k_r u_c$ je nutné dodržet následující pravidla:

1.pravidlo: uvést podrobnou definici měřené veličiny Y

2.pravidlo: uvést výsledek měření v podobě $Y = y \pm U$ a uvést jednotky, v nichž jsou vyjádřeny odhad i nejistota U

3.pravidlo: jestliže je to vhodné, tak uvést relativní rozšířenou nejistotu

$$u_c(\bar{y})/|y|, |y| \neq 0$$

4.pravidlo: uvést hodnotu koeficientu rozšíření k_r použitou při výpočtu nejistoty U

5.pravidlo: uvést konfidenční hladinu spjatou s intervalem $y \pm U$ a uvést, jak byla určena

6.pravidlo: v případě potřeby uvést bilanční tabulku

Příklad možného zápisu pro konkrétní případ:

Pro názornost použít příklad z kapitoly 2.4.1.

$$m = (100.021\,47 \pm 0.000\,70) \text{ g}$$

Číslo, které následuje po značce \pm představuje číselnou hodnotu kombinované standardní nejistoty U . Tato kombinovaná standardní nejistota byla určena z kombinované standardní nejistoty u_c a koeficientu rozšíření $k_r=2$.

2.4.3 Bilanční tabulka

Spousta předpisů doporučuje kromě běžného zápisu, kterým se rozumí zápis měření v podobě aritmetického průměru s nejistotou jakož to tolerančním pásmem, zápis do tzv. bilanční tabulky (viz. Tab 2.1). Tato tabulka zachycuje postup určení výsledné nejistoty měření, přičemž musí platit vztahy (2.32) a (2.33).

$$u_q = A_q u_q(x), \text{ kde} \quad (2.32)$$

$$u_q = \sqrt{\sum_{q=1}^m u_q^2(y)} \quad (2.33)$$

Vztahy (2.32) a (2.33) předpokládají, že veličina Y je výsledkem funkční závislosti několika měřených veličin X_q . Za předpokladu, že se bude jednat o přímé měření jedné veličiny, budou koeficienty citlivosti A_q rovny 1 a zároveň nejistoty $u_q(y)$ budou rovny nejistotám $u_q(x)$.

Veličina $X_q ; Y$	Odhad $x_q ; y$	Standardní nejistota $u_q(x)$	Typ rozdělení	Koeficient citlivosti A_q	Příspěvek ke standardní nejistotě $u_q(y)$; nejistota $u(y)$
X_1	\bar{x}_1	$u_q(\bar{x}_1)$		$A_q(\bar{x}_1)$	$u_1(y)$
X_2	\bar{x}_2	$u_q(\bar{x}_2)$		$A_q(\bar{x}_2)$	$u_2(y)$
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots	\vdots
X_q	\bar{x}_q	$u_q(\bar{x}_q)$		$A_q(\bar{x}_q)$	$u_q(y)$
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots	\vdots
X_m	\bar{x}_m	$u_q(\bar{x}_m)$		$A_q(\bar{x}_m)$	$u_m(y)$

Tab 2.1 Obecná bilanční tabulka [4]

2.5 ZDROJE NEJISTOT [2], [3], [5]

Za zdroj nejistot lze považovat jakékoliv jevy nebo události, které mohou ovlivnit výsledek měření, nebo-li vzdálit naměřenou hodnotu od hodnoty skutečné. Zdrojů nejistot je nepřeberné množství a proto nelze uvést všechny.

2.5.1 Vliv podmínek měření [2],[3],[5]

Tyto zdroje nejistot velmi nepříznivě a nevyzpytatelně zasahují do výsledků nejistot typu A i B. Při eliminaci těchto zdrojů velice záleží na tom, zda můžeme nějakým způsobem korigovat vnější vlivy, nebo-li, jestli se jedná o měřitelnou odchylku od vztažné hodnoty parametru prostředí. Pokud ano, tak jsme schopni nejistotu typu B, jenž byla způsobena těmito zdroji, případně i zcela vyloučit a zbytkové kolísání parametru zahrnout mezi nejistoty vyhodnocované metodami typu A.[2],[3][5]

Nejtypičtějším parametrem prostředí je teplota. Tento parametr ovlivňuje měření nejen primárně, ale i sekundárně. Primárním vlivem se rozumí fyzikální působení na měřenou veličinu a jedná se o kompenzovatelný vliv. Příkladem třeba teplotní dilatace při měření délek, změna odporu s teplotou při

měření mnoha elektrických veličin atd. V případě sekundárního vlivu se nejedná o tak zřejmý vliv, jako u primárního vlivu, protože nepůsobí přímo na měřenou veličinu, nýbrž na různé parametry, ovlivňující měření veličiny. Například teplotní vliv na součinitele délkové roztažnosti, součinitele změny elektrického odporu materiálu atd. Z toho nám vyplývá, že působí přímo na měřicí přístroj.[2],[3],[5]

Teplota není jediným parametrem prostředí, ovlivňující měření jako zdroj nejistot. Svůj vliv ještě uplatňuje např. změna barometrického tlaku v okolí měření nebo vlhkost vzduchu. Jedním z dalších okolních vlivů může být i to, jak vysoko nad mořem se nacházíme, protože s nadmořskou výškou se atmosférický tlak mění. Faktem je, že okolních vlivů existuje nekonečné množství a záleží jen na operátorovi, které vlivy bude uvažovat a jaký význam jim přiřkne.[2][3][5]

Dalším parametrem prostředí může být parazitní elektrické pole a vliv nejrůznějších polí, ve kterém je měřicí systém umístěn, nebo kterým je přenášén měřicí signál. Elektrické pole v obvodech může negativně ovlivnit např. referenční napětí a různá pole ve kterých je signál přenášén zase mohou mít negativní vliv na přenos signálu jako elektromagnetické rušení vedení signálu. Tyto parametry se začaly uplatňovat větší měrou až v poslední době, kdy se začaly uplatňovat moderní měřicí metody, které využívají současně elektronické a počítačové systémy.[2][3][5]

2.5.2 Vliv měřících prostředků [2],[3],[5]

Tyto zdroje nejistot se projevují hlavně při vyhodnocování nejistoty typu B. Mez měřící prostředky patří snímače, měřicí přístroje, měřicí převodníky, zhmotnělé míry, referenční materiály apod. Vzhledem k tomu, že tyto zdroje nejistot jsou potřeba k samotnému měření, jsou tyto zdroje nevyhloučitelné a je to asi nejzásadnější rozdíl oproti předchozím skupinám. Typické příklady zdrojů nejistot této skupiny [2],[3],[5]:

1.příklad: měřidlo, které reprodukuje jedinou hodnotu a současně s ní je známa i její nejistota (např. koncová měrka, závaží, různé etalony)[2],[3],[5]

2.příklad: sada měřidel (např. závaží, koncových měrek), z nichž každé reprodukuje jedinou hodnotu se známou nejistotou (skládáme-li

několik prvků sady za účelem získání neobsažené hodnoty v sadě, nesmíme opomenout vliv kovariancí)[2],[3],[5]

3.příklad: převodník, pracující se spojitou stupnicí, kde nejistota je dána jedinou hodnotou, která platí pro všechny naměřené hodnoty v celém rozsahu stupnice (manometr)[2],[3],[5]

4.příklad: měřicí přístroj se spojitou stupnicí, kde nejistota je dána jedinou hodnotou, která platí vždy jen pro určitou část rozsahu stupnice, nebo pro ten který rozsah (průtokoměry)[2],[3],[5]

5.příklad: měřicí přístroj se spojitou stupnicí, kde nejistota je úměrná hodnotě měřené veličiny[2],[3],[5]

6.příklad: měřicí přístroj se spojitou stupnicí, kde nejistota je úměrná hodnotě měřené veličiny, ale s konstantou úměrnosti různou pro různé části stupnice[2],[3],[5]

7.příklad: měřicí přístroj se spojitou stupnicí, kde nejistota má dvě složky a to složku konstantní v celém rozsahu stupnice a složku úměrnou velikosti měřené veličiny (při měření elektrických veličin)

Tento přehled vychází z platných norem, ale v praxi je stále možné se setkat s tím, že jsme nuceni nejistotu vypočítat z chyb měřicích přístrojů.[2],[3],[5]

2.5.3 Vliv obsluhy a vyhodnocování [2],[3],[5]

Za tento zdroj nejistot mohou chyby operátora, nebo-li lidský faktor a mají vliv na standardní nejistoty typu A i B. Tyto zdroje nejistot vznikají především při nesoustředěnosti a nepozornosti při práci, ale také při volbě metod zpracování naměřených dat a při jejich následném nedůsledném dodržení. Zaokrouhlení naměřených dat či špatná volba metody, nebo její zjednodušení, má velký vliv na výslednou nejistotu. Osobní chyby lze vykompenzovat, či takřka vyloučit.[2],[3],[5]

3.KRÁTKODOBÁ STABILITA KMITOČTU

Kmitočtová stabilita generátoru F_{stab} je dána absolutní změnou kmitočtu Δf vztaženou ke střední (jmenovité) hodnotě kmitočtu $f_{stř}$ uvažované ve zvoleném časovém intervalu Δt a je dána vztahem (3.1).

$$F_{stab} = \frac{\delta f}{\Delta t} = \frac{\Delta f}{f_{stř}} \cdot \frac{1}{\Delta t} = \frac{f_{max} - f_{min}}{f_{stř}} \cdot \frac{1}{\Delta t} \quad [s^{-1}] \quad , \text{ kde} \quad (3.1)$$

Δt - časový interval, po který se měřila krátkodobá stabilita,
 $f_{max}, f_{min}, f_{stř}$ - maximální, minimální a střední hodnota z naměřených hodnot frekvencí f

Kmitočtová stabilita kmitočtu F_{stab} se též často vyjadřuje v jednotkách ppm dle vztahu (3.2).

$$F_{stab} \frac{\delta f}{\Delta t} = \frac{\Delta f}{f_{stř}} \cdot \frac{1}{\Delta t} \cdot 10^6 = \frac{f_{max} - f_{min}}{f_{stř}} \cdot \frac{1}{\Delta t} \cdot 10^6 \quad [ppm] \quad (3.2)$$

Při určování krátkodobé stability kmitočtu F_{stab} je nutné vycházet z velikosti intervalu pozorování Δt . Stabilita kmitočtu generátoru Agilent 33220A, Newtronics 200 MSP a Tesla BM 492 se bude vyhodnocovat na základě měření frekvencí $f_{max}, f_{min}, f_{stř}$ pomocí čítače HP 53131A.

3.1 TECHNICKÉ PARAMETRY POUŽITÝCH PŘÍSTROJŮ [7], [8], [9], [10]

Krátkodobá stabilita kmitočtu F_{stab} je ověřována u funkčních generátorů Agilent 33220A, Newtronics 200 MSP a Tesla BM 492 jejichž technické parametry jsou specifikovány v následujících podkapitolách.

3.1.1 Funkční generátor Agilent 33220A

Typy modulací: amplitudová(AM), fázová(PM), frekvenční(FM),

FSK modulace, PWM modulace.

Typy signálu: sinusový signál jehož parametry jsou:

- rozsah: od 1 μ Hz do 20 MHz,
- rozlišení: 1 μ Hz,
- amplitudová odchylka viz Tab.3.1,

	(Vztaženo k 1 kHz)
< 100 kHz	0.1 dB
100 kHz do 5 MHz	0.15 dB
5 MHz do 20 MHz	0.3 dB

Tab.3.1 Amplitudová odchylka sinusového signálu $f=1\text{kHz}$, Agilent 33220A

- harmonické zkreslení viz Tab.3.2,

	< 1 V _{pp}	> 1 V _{pp}
DC do 20 kHz	-70 dBc	-70 dBc
20 kHz do 100 kHz	-65 dBc	-60 dBc
100 kHz do 1 MHz	-50 dBc	-45 dBc
1 MHz do 20 MHz	-40 dBc	-35 dBc

Tab.3.2 Harmonické zkreslení sinusového signálu, Agilent 33220A

- obdélníkový signál,
- rampový(tvarový) signál,
- libovolný signál a šum.

Napájecí napětí : 240V/100V @50/60Hz, 100V/120V @ 400Hz.

Komunikační rozhraní: GPIB, LAN, USB.

Provozní teplota: od 0°C do 55°C.

Harmonické zkreslení: pro DC do 20 kHz 0.04%.

Hmotnost přístroje: 3.4 kg.

3.1.2 Funkční generátor Newtronics 200 MSP

Modulace: amplitudová(AM), fázová(PM), frekvenční(FM), FSK modulace, PWM modulace.

Tvar signálu: sinusový signál a jeho různé zkreslené varianty, obdélníkový signál, trojúhelníkový signál, pilový signál.

Frekvenční rozsah: od 0.002 Hz do 2(5.5) MHz.

Napájecí napětí : 230V/115 V @50/60Hz.

Provozní teplota: od 0°C do 50°C.

Hmotnost přístroje: 4 kg.

3.1.3 Funkční generátor Tesla BM 492

Tvar signálu: sinusový signál, obdélníkový signál.

Frekvenční rozsah: od 10 Hz do 10 MHz.

Chyba kmitočtu podle technické specifikace výrobce je:

- $\pm 2\%$ na rozsahu $\times 100$ $\times 100k$,
- $\pm 3\%$ na rozsahu $\times 10$ $\times 1M$.

Zkreslení signálu pro výstupní napětí do 1 V/75 Ω je:

- $< 1\%$ na kmitočtu 10 Hz 1 MHz,
- $< 3\%$ na kmitočtu 1 MHz 4 MHz,
- $< 5\%$ na kmitočtu 4 MHz 10 MHz.

Napájecí napětí : 220 V/120 V @47/63 Hz.

Provozní teplota: - od 5°C do 40°C.

Hmotnost přístroje: 12 kg.

3.1.4 Univerzální čítač HP 53131A

Frekvenční rozsah: od 0 do 225 MHz.

Napěťový rozsah a citlivost vstupního signálu:

- DC do 100 MHz: 20 mVrms do ± 5 V
- 100 MHz do 200 MHz: 30 mVrms to ± 5 V
- 200 MHz to 225 MHz: 40 mVrms to ± 5 V

Nastavitelná úroveň spouštění:

- Rozsah: $\pm 5,125$ V.
- Přesnost: $\pm (15 \text{ mV} + 1\% \text{ ze spouštěcí úrovně})$
- Rozlišení: 5 mV

Impedance výstupů: 50 Ω nebo 1 M Ω .

Provozní teplota: od 0°C do 55°C.

Hmotnost přístroje: 3.5 kg.



Obr.1.: Univerzální čítač čítač HP 53131A

3.2 POSTUP VYHODNOCOVÁNÍ KRÁTKODOBÉ STABILITY KMITOČTU [10]

Postup vyhodnocování krátkodobé stability kmitočtu F_{stab} ověřovaných generátorů Agilent 33220A, Newtronics 200 MSP, Tesla BM 492 pomocí čítače HP 53131A spočívá v několika krocích:

- Zvolí se měřená frekvence f a amplituda měřeného signálu na ověřovaném generátoru.
- Zvolí se doba otevření hradla čítače HP 53131A, $t=1\text{s}$.
- Zvolí se na čítači HP53131A modul „*statistické výpočty*“ a nastaví se počet vzorků měření N .
- Po uplynutí doby měření Δt se provede odečet požadovaných statistických údajů f_{max} , f_{min} , $f_{\text{stř}}$, které udávají parametry MAX, MIN, STD DEV modulu „*statistické výpočty*“ čítače HP53131A.
- Dosazení vyhodnocených parametrů f_{max} , f_{min} , f_{st} do vztahu (3.1) se obdrží hodnoty krátkodobé stability kmitočtu F_{stab} ověřovaného funkčního generátoru.

3.3 POSTUP PŘI VYHODNOCOVÁNÍ NEJISTOTY [1], [2], [3], [10]

Čítač HP 53131A zobrazuje údaje digitálně a proto lze chybu údaje způsobenou obsluhou zanedbat a lze tedy považovat čítač HP 53131A za jediný zdroj nejistot.

3.3.1 Nejistota typu A

Pro výpočet standardní nejistoty typu A krátkodobé stability kmitočtu $u_A(F_{\text{stab}})$ je potřeba realizovat n měření nastavené frekvence f . Pro každé měření n se vyhodnocují požadované parametry f_{max} , f_{min} , $f_{\text{stř}}$, a vypočítá parametr krátkodobé stability kmitočtu F_{stab} . Z hlediska statistické významnosti je potřeba, aby počet měření byl $n \geq 10$. Odhad krátkodobé stability kmitočtu \bar{F}_{stab}

$$\bar{F}_{\text{stab}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_{\text{stab}_i}, \text{ kde} \quad (3.3)$$

n - počet měření,

F_{stab_i} - krátkodobá frekvenční stabilita F_{stab} pro každé n -té měření

\bar{F}_{stab} - odhad krátkodobá frekvenční stabilita F_{stab}

Výsledná standardní nejistota odhadu krátkodobé frekvenční stability $u_A(F_{\text{stab}})$ je dána vztahem (3.4).

$$u_A(\bar{F}_{\text{stab}}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (F_{\text{stab}_i} - \bar{F}_{\text{stab}})^2}, \text{ kde} \quad (3.4)$$

n - je počet měření,

F_{stab_i} - krátkodobá frekvenční stabilita F_{stab} pro každé n -té měření.

\bar{F}_{stab} - odhad krátkodobá frekvenční stabilita F_{stab}

3.3.2 Nejistota typu B

Výpočet nejistoty typu B v tomto případě vychází z technické dokumentace čítače HP 53131A.

Výrobce udává maximální chybu údaje čítače HP 53131A při měření kmitočtu vztahem (3.5):

$$Z_{max} = \left(\pm TimeBaseError \pm \frac{t_{acc}}{GateTime} \right) \times Frequency \pm \pm 2 \times \left(\frac{4 \cdot \sqrt{t_{res}^2 + (2 \times TriggerError^2)}}{GateTime \times \sqrt{NumberOfSamples}} + \frac{t_{jitter}}{GateTime} \right) \times Frequency, \text{ kde (3.5)}$$

Z_{max} - maximální chyba čítače HP53131A při měření frekvencí,

t_{acc} - doba náběhu měřeného signálu, hodnota je určena tabulkou v dokumentaci čítače HP53131, konkrétně 100 ps,

Time Base Error – chyba časové základny způsobena kolísáním kmitočtu časové základny vlivem stárnutí nebo kolísáním okolní teploty nebo síťového napětí, je dána vztahem (3.6):

$$TimeBaseError = \left(\frac{\Delta f}{f} |_{aging\ rate} + \frac{\Delta f}{f} |_{temperature} + \frac{\Delta f}{f} |_{line\ voltage} \right), \text{ kde (3.6)}$$

Aging Rate – poměr stárnutí, hodnota je určena tabulkou v dokumentaci čítače HP53131A, výrobce udává tutu chybu vztaženou minimálně k jednomu dni, pro kratší dobu měření lze zanedbat,

Temperature Stability – teplotní stabilita, hodnota je určena tabulkou v dokumentaci čítače HP53131A, konkrétně 2.5×10^{-9} ,

line voltage – kolísání síťového napětí, podle dokumentace čítače HP53131A lze zanedbat,

Number of Samples – počet vzorků měřené veličiny ; pro frekvence $f < 200\text{kHz}$ je tento parametr dán součinem *Gate Time* x *Frequency* a pro frekvence $f > 200\text{kHz}$ je tento parametr dán součinem *Gate Time* x 200,000

Gate Time – doba otevření hradla

t_{res} - doba nejnižšího významového kvantovacího kroku při daném měření, hodnota je určena tabulkou v dokumentaci čítače HP53131A, konkrétně 500 ps

Trigger Error - chyba spouštění, podle technické dokumentace čítače HP53131A je tento parametr možno zanedbat

t_{jitter} - tento parametr značí časovou nejistotu projevující se jako šum na výstupu, hodnota je určena tabulkou v dokumentaci čítače HP53131A, konkrétně 50 ps

Vzhledem k tomu, že hodnoty parametrů $f_{\text{max}}, f_{\text{min}}, f_{\text{stř}}$ krátkodobé stability F_{stab} jsou získávány jedním čítačem, jedná se o korelované hodnoty. Pro každou hodnotu odhadů $\bar{f}_{\text{max}}, \bar{f}_{\text{min}}, \bar{f}_{\text{stř}}$ parametrů $f_{\text{max}}, f_{\text{min}}, f_{\text{stř}}$ krátkodobé stability kmitočtu F_{stab} se vypočítá standardní nejistota typu B dle vztahu (3.7).

$$u_B(\bar{f}_{\text{max}}) = \frac{Z_{\text{max}}(\bar{f}_{\text{max}})}{2\sqrt{3}}, \text{ kde} \quad (3.7)$$

$Z_{\text{max}}(\bar{f}_{\text{max}})$ - maximální odchylka měřené maximální frekvence f_{max}
spočítaná ze vztahu (3.5)

$u_B(\bar{f}_{\text{max}})$ - standardní nejistota typu B odhadu maximální frekvence f_{max} ,
měřeno čítačem HP53131A

$$u_B(\bar{f}_{\text{min}}) = \frac{Z_{\text{min}}(\bar{f}_{\text{min}})}{2\sqrt{3}}, \text{ kde} \quad (3.8)$$

$Z_{\text{min}}(\bar{f}_{\text{min}})$ - maximální odchylka měřené maximální frekvence f_{min}
spočítaná ze vztahu (3.5)

$u_B(\bar{f}_{\text{min}})$ - standardní nejistota typu B odhadu maximální frekvence f_{min} ,
měřeno čítačem HP53131A

$$u_B(\bar{f}_{\text{stř}}) = \frac{Z_{\text{max}}(\bar{f}_{\text{stř}})}{2\sqrt{3}}, \text{ kde} \quad (3.9)$$

$Z_{\text{max}}(\bar{f}_{\text{stř}})$ - maximální odchylka měřené maximální frekvence $f_{\text{stř}}$
spočítaná ze vztahu (3.5)

$u_B(\bar{f}_{\text{stř}})$ - standardní nejistota typu B odhadu maximální frekvence $f_{\text{stř}}$,
měřeno čítačem HP53131A

Při získávání parametrů f_{\max} , f_{\min} , $f_{\text{stř}}$ krátkodobé stability kmitočtu F_{stab} jedním čítačem HP53131A, jsou tyto hodnoty korelované a proto je pro výpočet standardní nejistoty typu B krátkodobé frekvenční stability F_{stab} nutné určit koeficienty citlivosti $A_{f_{\max}}$, $A_{f_{\min}}$, $A_{f_{\text{stř}}}$. Tyto koeficienty citlivosti se vyhodnocují na základě parciálních derivací vztahu (....) a jejich výsledné vztahy viz rovnice (3.10), (3.11), (3.12).

$$\bar{A}_{f_{\max}} = \frac{\partial \left(\frac{\bar{f}_{\max} - \bar{f}_{\min}}{\bar{f}_{\text{stř}}} \cdot \frac{1}{\Delta t} \right)}{\partial \bar{f}_{\max}} = \frac{1}{\bar{f}_{\text{stř}}} \cdot \frac{1}{\Delta t}, \text{ kde} \quad (3.10)$$

$\bar{A}_{f_{\max}}$ -koeficient citlivosti pro odhad parametru maximální frekvence f_{\max} ,

\bar{f}_{\max} , \bar{f}_{\min} , $\bar{f}_{\text{stř}}$ -odhady maximální, minimální, střední frekvence, měřeno čítačem HP53131A

$$\bar{A}_{f_{\min}} = \frac{\partial \left(\frac{\bar{f}_{\max} - \bar{f}_{\min}}{\bar{f}_{\text{stř}}} \cdot \frac{1}{\Delta t} \right)}{\partial \bar{f}_{\min}} = -\frac{1}{\bar{f}_{\text{stř}}} \cdot \frac{1}{\Delta t}, \text{ kde} \quad (3.11)$$

$\bar{A}_{f_{\min}}$ -koeficient citlivosti odhadu minimální frekvence f_{\min} ,

\bar{f}_{\max} , \bar{f}_{\min} , $\bar{f}_{\text{stř}}$ -odhady maximální, minimální, střední frekvence, měřeno čítačem HP53131A,

$$\bar{A}_{f_{\text{stř}}} = \frac{\partial \left(\frac{\bar{f}_{\max} - \bar{f}_{\min}}{\bar{f}_{\text{stř}}} \cdot \frac{1}{\Delta t} \right)}{\partial \bar{f}_{\text{stř}}} = \frac{\bar{f}_{\max} - \bar{f}_{\min}}{\bar{f}_{\text{stř}}^2} \cdot \frac{1}{\Delta t}, \text{ kde} \quad (3.12)$$

$\bar{A}_{f_{\text{stř}}}$ -koeficient citlivosti odhadu střední frekvence $f_{\text{stř}}$,

\bar{f}_{\max} , \bar{f}_{\min} , $\bar{f}_{\text{stř}}$ -odhady maximální, minimální, střední frekvence, měřeno čítačem HP53131A.

Výsledná standardní nejistota typu B odhadu krátkodobé stability kmitočtu $u_B(F_{\text{stab}})$ za předpokladu korelovaných veličin f_{\max} , f_{\min} , $f_{\text{stř}}$ je dle zákona šíření nejistot dána vztahem (3.13).

$$u_B^2(\bar{F}_{stab}) = \bar{A}_{fmax}^2 u_B^2(\bar{f}_{max}) + \bar{A}_{fmin}^2 u_B^2(\bar{f}_{min}) + \bar{A}_{fstř}^2 u_B^2(\bar{f}_{stř}) + \\ + 2(\bar{A}_{fmax} \bar{A}_{fmin}) u_B(\bar{f}_{max}) u_B(\bar{f}_{min}) + \\ + 2(\bar{A}_{fmax} \bar{A}_{fstř}) u_B(\bar{f}_{max}) u_B(\bar{f}_{stř}) + \\ + 2(\bar{A}_{fmin} \bar{A}_{fstř}) u_B(\bar{f}_{min}) u_B(\bar{f}_{stř}) \quad , \text{kde} \quad (3.13)$$

$u_B^2(\bar{F}_{stab})$ - výsledná standardní nejistota typu B krátkodobé stability
kmitočtu \bar{F}_{stab}

\bar{A}_{fmax} - koeficient citlivosti odhadu maximální frekvence f_{max} ,

\bar{A}_{fmin} - koeficient citlivosti odhadu minimální frekvence f_{min} ,

$\bar{A}_{fstř}$ - koeficient citlivosti odhadu střední frekvence $f_{stř}$,

$u_B(\bar{f}_{max})$ - standardní nejistota typu B odhadu maximální frekvence f_{max} ,
měřeno čítačem HP53131A

$u_B(\bar{f}_{min})$ - standardní nejistota typu B odhadu minimální frekvence f_{min} ,
měřeno čítačem HP53131A

$u_B(\bar{f}_{stř})$ - standardní nejistota typu B odhadu střední frekvence $f_{stř}$,
měřeno čítačem HP53131A

3.3.3 Kombinovaná a rozšířená nejistota

Standardní kombinovaná nejistota odhadu krátkodobé stability kmitočtu $u_c(\bar{F}_{stab})$ se určí podle vztahu (3.14).

$$u_c(\bar{F}_{stab}) = \sqrt{u_A^2(\bar{F}_{stab}) + u_B^2(\bar{F}_{stab})} \quad , \text{kde} \quad (3.14)$$

$u_c(\bar{F}_{stab})$ - standardní kombinovaná nejistota odhadu krátkodobé
stability kmitočtu \bar{F}_{stab} ,

$u_A(\bar{F}_{stab})$ - standardní nejistota typu A odhadu krátkodobé stability
kmitočtu \bar{F}_{stab} ,

$u_B(\bar{F}_{stab})$ - Standardní nejistota typu B odhadu krátkodobé stability
kmitočtu \bar{F}_{stab} .

Rozšířená nejistota odhadu krátkodobé stability kmitočtu U je určena
vztahem (3.15).

$$U = k_r \cdot u_c(\bar{F}_{stab}) \quad (3.15)$$

4. REALIZACE MĚŘENÍ KRÁTKODOBÉ STABILITY KMITOČTU

V této kapitole jsou zpracovány praktické výpočty krátkodobé frekvenční stability kmitočtu F_{stab} funkčních generátorů Tesla BM 492, Newtronics 200 MSP a Agilent 33220A a výpočty nejistot tohoto parametru.

Parametr krátkodobé stability kmitočtu F_{stab} uvedených generátorů byl vyhodnocován pro frekvence $f=100\text{Hz}$, $f=1\text{kHz}$, $f=1\text{MHz}$.

4.1 FUNKČNÍ GENERÁTOR TESLA BM 492

Měření krátkodobé stability kmitočtu F_{stab} funkčního generátoru Tesla BM492 bylo realizováno pro kmitočty 100 Hz, 1 kHz a 1 MHz. Pro vyhodnocení standardní nejistoty typu A tohoto parametru bylo potřeba celkem 10 opakovaných měření tohoto parametru, viz Tab.4.1 .

4.1.1 Parametry krátkodobé frekvenční stability

Hodnoty naměřených parametrů f_{max} , f_{min} , $f_{\text{stř}}$ krátkodobé stability kmitočtu F_{stab} a vypočtené hodnoty krátkodobé frekvenční stability F_{stab} viz. tabulky níže.

Tesla BM 492			
$f=100\text{Hz}$, $\Delta t=5\text{min}$			
f_{max} [Hz]	f_{min} [Hz]	$f_{\text{stř}}$ [Hz]	F_{stab} [μHz]
100,6240595	100,5808027	100,6024320	1,4
100,6254196	100,5991485	100,6123790	0,9
100,6150332	100,5758608	100,5968035	1,3
100,5933806	100,5790373	100,5863585	0,5
100,5991921	100,5611817	100,5767068	1,3
100,5900494	100,5507466	100,5683473	1,3
100,5782096	100,5477286	100,5629920	1,0
100,5625106	100,5523776	100,5578813	0,3
100,5705553	100,5332230	100,5519123	1,2
100,5674947	100,5331992	100,5496427	1,1

Tab. 4.1 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Tesla BM 492,
měřeno čítačem HP53131A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=5\text{min}$

Tesla BM 492			
$f=1\text{kHz}$, $\Delta t=5\text{min}$			
f_{\max} [Hz]	f_{\min} [Hz]	$f_{\text{stř}}$ [Hz]	F_{stab} [μHz]
1000,0193150	1000,0158285	1000,0181387	0,0116215
1000,0166190	1000,0055396	1000,0107346	0,0369309
1000,0152278	1000,0117082	1000,0134648	0,0117318
1000,0138571	1000,0089502	1000,0120865	0,0163561
1000,0137414	999,9738446	1000,0048507	0,1329887
999,9783110	999,9707513	999,9754308	0,0251996
999,9781186	999,9723542	999,9755550	0,0192151
1000,1639171	999,9726738	999,9786031	0,6374913
999,9793384	999,9738894	999,9770363	0,0181638
999,9835997	999,9781393	999,9810503	0,0182017

Tab. 4.2 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Tesla BM 492,
měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{kHz}$, $\Delta t=5\text{min}$

Tesla BM 492			
$f=1\text{MHz}$, $\Delta t=5\text{min}$			
f_{\max} [Hz]	f_{\min} [Hz]	$f_{\text{stř}}$ [Hz]	F_{stab} [μHz]
999994,2127000	999981,7723000	999987,7093160	0,04146851
999981,6959000	999970,8113000	999975,7595180	0,03628288
999965,3560000	999947,9150000	999955,7399530	0,05813924
999955,1376000	999943,7664000	999948,1540640	0,03790597
999938,6706000	999893,0661000	999913,4483270	0,15202816
999862,8399000	999833,1028000	999847,5227270	0,09913878
999821,7953000	999796,9075000	999808,6292130	0,08297521
999779,2457000	999756,7679000	999768,5524330	0,07494335
999750,3263000	999740,0002000	999746,1716560	0,03442907
999724,9861000	999713,2740000	999718,9212710	0,03905131

Tab. 4.3 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Tesla BM 492,
měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{MHz}$, $\Delta t=5\text{min}$

Tesla BM 492			
$f=100\text{Hz}, \Delta t=10\text{min}$			
$f_{\max} [\text{Hz}]$	$f_{\min} [\text{Hz}]$	$f_{\text{stř}} [\text{Hz}]$	$F_{\text{stab}} [\mu\text{Hz}]$
100,1888776	100,1605212	100,1754622	0,4717789
100,1713412	100,1484904	100,1604629	0,3802365
100,1569027	100,1381539	100,1485423	0,3120165
100,1452359	100,1347183	100,1397686	0,1750497
100,1409743	100,1207093	100,1312639	0,3373072
100,1363721	100,1284191	100,1326750	0,1323745
100,1443336	100,1255104	100,1346897	0,3132980
100,1359500	100,1291899	100,1323865	0,1125194
100,2877233	100,1177748	100,1287527	2,8288325
100,1303303	100,1142636	100,1221532	0,2674516

Tab. 4.4 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Tesla BM 492,
měřeno čítačem HP53131A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=10\text{min}$

Tesla BM 492			
$f=1\text{kHz}, \Delta t=10\text{min}$			
$f_{\max} [\text{Hz}]$	$f_{\min} [\text{Hz}]$	$f_{\text{stř}} [\text{Hz}]$	$F_{\text{stab}} [\mu\text{Hz}]$
1000,1977767	1000,1836271	1000,1916340	0,0235781
1000,1861875	1000,1802734	1000,1829918	0,0098550
1000,1834440	1000,1780988	1000,1808247	0,0089071
1000,1955562	1000,1753603	1000,1889855	0,0336535
1000,2007920	1000,1926857	1000,1969045	0,0135078
1000,2071421	1000,1972513	1000,2024984	0,0164813
1000,2135102	1000,2051562	1000,2090945	0,0139204
1000,2189514	1000,2120150	1000,2149396	0,0115582
1000,2252108	1000,2169557	1000,2214566	0,0137555
1000,2348611	1000,2216382	1000,2282497	0,0220331

Tab. 4.5 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Tesla BM 492,
měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{kHz}$, $\Delta t=10\text{min}$

Obr.1.: Univerzální čítač čítač HP 53131A

Tesla BM 492			
$f=100\text{Hz}, \Delta t=10\text{min}$			
$f_{\max} [\text{Hz}]$	$f_{\min} [\text{Hz}]$	$f_{\text{stř}} [\text{Hz}]$	$F_{\text{stab}} [\mu\text{Hz}]$
1003782,3351000	1003687,1292000	1003740,4199300	0,1580852
1003666,8206000	1003577,8033000	1003619,4545200	0,1478271
1003548,9180000	1003463,0628000	1003508,4700200	0,1425917
1003452,2064000	1003411,8176000	1003430,1012600	0,0670846
1003408,9199000	1003383,4113000	1003395,8541100	0,0423704
1003381,9721000	1003355,6386000	1003367,4564500	0,0437419
1003357,3899000	1003334,4924000	1003345,6408400	0,0380352
1003335,7864000	1003306,8571000	1003314,9151700	0,0480562
1003295,4457000	1003288,3683000	1003292,6346200	0,0117570
1003293,9989000	1003289,7085000	1003295,4448000	0,0071272

Tab. 4.6 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Tesla BM 492, měřeno čítačem HP53131A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=10\text{min}$

Příklad výpočtu frekvenční stability F_{stab} :

$$F_{\text{stab}} = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{f_{\text{stř}}} \cdot \frac{1}{\Delta t} = \frac{100,624 - 100,581}{100,602} \cdot \frac{1}{300} = 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ Hz} \quad (4.1)$$

4.1.2 Výpočet standardních nejistot typu A

Výpočet odhadu frekvenční stability kmitočtu \bar{F}_{stab} :

$$\bar{F}_{\text{stab}} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n F_{\text{stab}_i} = \frac{1}{10} \cdot \sum_{i=1}^{10} F_{\text{stab}_i} = 1,03 \cdot 10^{-6} \text{ Hz} \quad (4.2)$$

Výpočet standardní nejistoty typu A odhadu frekvenční stability kmitočtu

$u_A(\bar{F}_{\text{stab}})$:

$$u_A(\bar{F}_{\text{stab}}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (F_{\text{stab}_i} - \bar{F}_{\text{stab}})^2} = 0,1 \cdot 10^{-6} \text{ Hz} \quad (4.3)$$

4.1.3 Výpočet standardních nejistot typu B, kombinovaná a rozšířená nejistota

Pro výpočet standardní nejistoty typu B je potřeba určit z technické dokumentace maximální chybu Z_{max} čítače HP 53131A pro odpovídající měřicí funkci přístroje. Parametr krátkodobé stability kmitočtu F_{stab} generátorů se vyhodnocuje z měření frekvencí f_{max} , f_{min} , $f_{stř}$.

Maximální chyba Z_{max} pro měření frekvence čítačem HP53131A je určena podle dokumentace čítače HP53131A a je dána vztahem (3.5).

Výpočet standardních nejistot typu B pro frekvence f_{max} , f_{min} a $f_{stř}$ vychází z výpočtu odhadů \bar{f}_{max} , \bar{f}_{min} , $\bar{f}_{stř}$, viz vztah (4.4), (4.5), (4.6).

$$\bar{f}_{max} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_{max_i} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} f_{max_i} = 100,5925905 \text{ Hz} \quad (4.4)$$

$$\bar{f}_{min} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_{min_i} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} f_{min_i} = 100,5613306 \text{ Hz} \quad (4.5)$$

$$\bar{f}_{stř} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_{stř_i} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} f_{stř_i} = 100,5765456 \text{ Hz} \quad (4.6)$$

Po dosazení konkrétních hodnot odhadů \bar{f}_{max} , \bar{f}_{min} , $\bar{f}_{stř}$, do vztahu (3.4) pro výpočet maximální chyby Z_{max} čítače HP 53131A při měření frekvence bylo dosaženo těchto hodnot maximálních chyb:

$$z_{max}(\bar{f}_{max}) = 0,2716000 \cdot 10^{-6} \text{ Hz} \quad (4.7)$$

$$z_{max}(\bar{f}_{min}) = 0,2715156 \cdot 10^{-6} \text{ Hz} \quad (4.8)$$

$$z_{max}(\bar{f}_{stř}) = 0,2715567 \cdot 10^{-6} \text{ Hz} \quad (4.9)$$

Dosazením konkrétních hodnot $Z_{\max}(\bar{f}_{\max}), Z_{\max}(\bar{f}_{\min}), Z_{\max}(\bar{f}_{stř})$ do vztahů (3.7), (3.8), (3.9) pro výpočet standardních nejistot typu B nekorelovaných veličin se získají hodnoty viz níže.

$$u_B(\bar{f}_{\max}) = \frac{z_{\max f}(\bar{f}_{\max})}{2\sqrt{3}} = \frac{0,2716000 \cdot 10^{-6}}{2\sqrt{3}} = 0,0784042 \cdot 10^{-6} \text{ Hz} \quad (4.11)$$

$$u_B(\bar{f}_{\min}) = \frac{z_{\max f}(\bar{f}_{\min})}{2\sqrt{3}} = \frac{0,2715156 \cdot 10^{-6}}{2\sqrt{3}} = 0,0783798 \cdot 10^{-6} \text{ Hz} \quad (4.12)$$

$$u_B(\bar{f}_{stř}) = \frac{z_{\max f}(\bar{f}_{stř})}{2\sqrt{3}} = \frac{0,2715567 \cdot 10^{-6}}{2\sqrt{3}} = 0,07839165 \cdot 10^{-6} \text{ Hz} \quad (4.13)$$

Dále se je potřeba učit koeficienty citlivosti $A_{f_{\max}}, A_{f_{\min}}$ a $A_{f_{stř}}$.

$$\bar{A}_{f_{\max}} = \frac{\partial \left(\frac{\bar{f}_{\max} - \bar{f}_{\min}}{\bar{f}_{stř}} \cdot \frac{1}{\Delta t} \right)}{\partial \bar{f}_{\max}} = \frac{1}{\bar{f}_{stř}} \cdot \frac{1}{\Delta t} = 33,1422531 \times 10^{-6} \quad (4.14)$$

$$\bar{A}_{f_{\min}} = \frac{\partial \left(\frac{\bar{f}_{\max} - \bar{f}_{\min}}{\bar{f}_{stř}} \cdot \frac{1}{\Delta t} \right)}{\partial \bar{f}_{\min}} = -\frac{1}{\bar{f}_{stř}} \cdot \frac{1}{\Delta t} = -33,1422531 \times 10^{-6} \quad (4.15)$$

$$\bar{A}_{f_{stř}} = \frac{\partial \left(\frac{\bar{f}_{\max} - \bar{f}_{\min}}{\bar{f}_{stř}} \cdot \frac{1}{\Delta t} \right)}{\partial \bar{f}_{stř}} = \frac{\bar{f}_{\max} - \bar{f}_{\min}}{\bar{f}_{stř}^2} \cdot \frac{1}{\Delta t} = 0,0103008 \times 10^{-6} \quad (4.16)$$

Dalším krokem je dosazení vypočtených hodnot do vztahu (3.13) pro výpočet výsledné nejistoty typu B krátkodobé frekvenční stability F_{stab} .

$$\begin{aligned}
 u_B^2(F_{stab}) = & A_{fmax}^2 u_b^2(f_{max}) + A_{fmin}^2 u_b^2(f_{min}) + A_{fstř}^2 u_b^2(f_{stř}) + \\
 & + 2(A_{fmax} A_{fmin}) u_B(f_{max}) u_B(f_{min}) + \\
 & + 2(A_{fmax} A_{fstř}) u_B(f_{max}) u_B(f_{stř}) + \\
 & + 2(A_{fmin} A_{fstř}) u_B(f_{min}) u_B(f_{stř}) = \\
 & 2,7009 \cdot 10^{-23} \text{ Hz}
 \end{aligned}
 \tag{4.17}$$

Po odmocnění vztahu (4.17) se získá hodnota výsledné nejistoty typu B krátkodobé frekvenční stability F_{stab} .

$$u_B(F_{stab}) = 5,1969814 \cdot 10^{-12} \text{ Hz} \tag{4.18}$$

Dalším krokem je určení kombinované nejistoty $u_c(F_{stab})$ krátkodobé frekvenční stability F_{stab} .

$$u_c(F_{stab}) = \sqrt{u_A^2(F_{stab}) + u_B^2(F_{stab})} = 0,11695506 \cdot 10^{-6} \text{ Hz} \tag{4.19}$$

Posledním krokem při určování nejistoty krátkodobé frekvenční stability F_{stab} je určení rozšířené standardní nejistoty $U(F_{stab})$. Pro rozšíření pravděpodobnosti pokrytí intervalu na 99.7% nabývá koeficient rozšíření k_r hodnoty 3.

$$U(F_{stab}) = 3 \cdot u_c(F_{stab}) = 0,35086519 \cdot 10^{-6} \text{ Hz} \tag{4.20}$$

4.2 FUNKČNÍ GENERÁTOR NEWTRONIX 200MPS

Pro výpočet standardních nejistot krátkodobé frekvenční stability F_{stab} se použije stejný postup jako u funkčního generátoru Tesla MB 492, viz kapitoly 4.1.1, 4.1.2 a 4.1.3.

Newtronix 200MPS $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=5\text{ min}$			
f_{\max} [Hz]	f_{\min} [Hz]	$f_{\text{stř}}$ [Hz]	F_{stab} [Hz]
100,6353370	100,5174496	100,5746522	0,35164139
100,6575781	100,5994045	100,6287559	0,17343035
100,6998519	100,6615217	100,6827861	0,11421078
100,7313485	100,7018086	100,7167294	0,08798906
100,7486884	100,7308711	100,7391747	0,05305970
100,7624695	100,7519872	100,7579603	0,03121034
100,7700906	100,7599701	100,7649275	0,03013102
100,7779895	100,7679532	100,7736139	0,02987771
100,7852305	100,7755635	100,7797016	0,02877674
100,7901149	100,7836018	100,7971327	0,01938460

Tab. 4.7 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor

Newtronix 200MPS, měřeno čítačem HP53131A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=5\text{ min}$

Newtronix 200MPS $f=1\text{kHz}$, $\Delta t=5\text{ min}$			
f_{\max} [Hz]	f_{\min} [Hz]	$f_{\text{stř}}$ [Hz]	F_{stab} [Hz]
1017,1637942	988,0913690	999,4313083	0,00009696
1025,7103576	988,8286233	1004,4093428	0,00012240
1016,6069373	991,9215936	1002,6564249	0,00008207
1025,3668731	990,3408450	1005,8059056	0,00011608
1039,2595957	986,6136912	1010,7877413	0,00017361
1048,7073321	1001,1967040	1014,4332100	0,00015612
1047,5588235	999,5387730	1016,5451599	0,00015746
1049,6493732	997,8584402	1016,3644625	0,00016986
1095,3805253	1007,1912293	1035,2866626	0,00028394
1037,8140177	997,6364713	1010,4484629	0,00013254

Tab. 4.8 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor

Newtronix 200MPS, měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{kHz}$, $\Delta t=5\text{ min}$

Newtronix 200MPS $f=1\text{MHz}, \Delta t=5 \text{ min}$			
f_{\max} [Hz]	f_{\min} [Hz]	$f_{\text{stř}}$ [Hz]	F_{stab} [μHz]
1000012,5739000	999823,3943000	999909,7097440	0,05675900
999803,0712000	999654,6149000	999718,7816450	0,04454942
999745,2051000	999610,1279000	999680,4015990	0,04053612
999559,3069000	999461,6279000	999514,3024110	0,02931794
999408,8340000	999261,1332000	999326,7910710	0,04434009
999282,9106000	999171,8116000	999224,7368670	0,03335556
999161,0621000	999069,2390000	999116,7813310	0,02757128
999080,8831000	998921,0605000	998988,2761460	0,04799534
998950,1001000	998802,1226000	998875,2629950	0,04444324
998822,8664000	998731,6666000	998775,1882540	0,02739349

Tab. 4.9 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor

Newtronix 200MPS, měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{MHz}$, $\Delta t=5 \text{ min}$

Newtronix 200MPS $f=100\text{Hz}, \Delta t=10 \text{ min}$			
f_{\max} [Hz]	f_{\min} [Hz]	$f_{\text{stř}}$ [Hz]	F_{stab} [μHz]
100,3418883	100,0431663	100,2147300	5,0
100,4726145	100,3536334	100,4175314	2,0
100,5660138	100,4879390	100,5306054	1,3
100,6036107	100,5606956	100,5812378	0,7
100,6384507	100,6017461	100,6189217	0,6
100,6487579	100,6302005	100,6398130	0,3
100,6593708	100,6407539	100,6499161	0,4
100,6636675	100,6410933	100,6521308	0,4
100,6537983	100,6309978	100,6427585	0,4
100,6402367	100,6192773	100,6295568	0,4

Tab. 4.10 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor

Newtronix 200MPS, měřeno čítačem HP53131A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=10\text{min}$

Newtronix 200MPS $f=1\text{kHz}, \Delta t=10\text{ min}$			
f_{\max} [Hz]	f_{\min} [Hz]	$f_{\text{stř}}$ [Hz]	F_{stab} [μHz]
1009,5676206	1001,5876668	1006,3216685	1,6
1012,9743716	1010,1799778	1011,7372838	4,6
1014,5616645	1013,1942397	1013,9506225	2,3
1015,2180251	1014,6290405	1014,9353151	1,0
1015,6305007	1015,1898379	1015,4124881	0,7
1015,7514581	1015,5962592	1015,6852350	0,3
1015,9591869	1015,7430910	1015,8620740	0,4
1016,0520056	1015,9446070	1015,9879212	0,2
1016,0270030	1015,9187139	1015,9715488	0,2
1015,9690954	1015,8625235	1015,9207091	0,2

Tab. 4.11 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor

Newtronix 200MPS, měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{kHz}, \Delta t=10\text{min}$

Newtronix 200MPS $f=1\text{MHz}, \Delta t=10\text{ min}$			
f_{\max} [Hz]	f_{\min} [Hz]	$f_{\text{stř}}$ [Hz]	F_{stab} [μHz]
1000030,3585000	999917,0314000	999977,3442272	0,2
999758,9123000	999507,1010000	999638,7272620	0,4
999535,0525000	999305,6247000	999407,1073580	0,4
999307,9600000	999140,1745000	999236,5931500	0,3
999158,8704000	998954,9675000	999056,3832040	0,3
998861,9561000	998773,3475000	998869,7446550	0,2
998780,5419000	998586,7106000	998705,0318800	0,3
998631,4505000	998391,9460000	998529,2607930	0,4
998425,4534000	998254,8529000	998353,6137540	0,3
998216,0736000	998126,5782000	998175,1683000	0,2

Tab. 4.12 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor

Newtronix 200MPS, měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{MHz}, \Delta t=10\text{min}$

4.3 FUNKČNÍ GENERÁTOR AGILENT 33120A

Pro výpočet standardních nejistot krátkodobé frekvenční stability F_{stab} se použije stejný postup jako u funkčního generátoru Tesla MB 492, viz kapitoly 4.1.1, 4.1.2 a 4.1.3.

Agilent 33120A $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=5\text{ min}$			
f_{\max} [Hz]	f_{\min} [Hz]	$f_{\text{stř}}$ [Hz]	F_{stab} [Hz]
100,0016548	99,9968923	99,9995521	0,2
100,0000441	99,9990720	99,9995833	0,1
100,0020415	99,9968871	99,9995114	0,2
100,0001569	99,9991415	99,9996333	0,1
100,0021966	99,9966512	99,9996677	0,1
100,0019257	99,9971542	99,9996498	0,2
100,0027739	99,9970702	99,9996244	0,2
100,0021288	99,9971068	99,9958394	0,2
100,0019531	99,9972866	99,9995665	0,2
100,0001026	99,9989635	99,9996171	0,1

Tab. 4.13 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Agilent 33120A,
měřeno čítačem HP53131A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=5\text{ min}$

Agilent 33120A $f=1\text{kHz}$, $\Delta t=5\text{ min}$			
f_{\max} [Hz]	f_{\min} [Hz]	$f_{\text{stř}}$ [Hz]	F_{stab} [μHz]
999,9963298	999,9960520	999,9961839	0,001
999,9963178	999,9960485	999,9961816	0,001
999,9963170	999,9960166	999,9961757	0,001
999,9962601	999,9959827	999,9961353	0,001
999,9963133	999,9959821	999,9961312	0,002
999,9962853	999,9959764	999,9961279	0,001
999,9963099	999,9959114	999,9961060	0,002
999,9963474	999,9959087	999,9961156	0,002
999,9962662	999,9958326	999,9960841	0,002
999,9963067	999,9958944	999,9961020	0,002

Tab. 4.14 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Agilent 33120A,
měřeno čítačem HP53131A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=5\text{ min}$

Agilent 33120A $f=1\text{MHz}$, $\Delta t=5\text{ min}$			
f_{\max} [Hz]	f_{\min} [Hz]	$f_{\text{stř}}$ [Hz]	F_{stab} [μHz]
999996,1982	999996,1211000	999996,159624	0,001
999996,2107	999996,1537000	999996,185396	0,001
999996,2252	999996,1588000	999996,194786	0,001
999996,2062	999996,1305000	999996,165661	0,001
999996,1942	999996,1184000	999996,165626	0,001
999996,1725	999996,0961000	999996,127784	0,001
999996,1704	999996,0991000	999996,138543	0,001
999996,1828	999996,0991000	999996,161463	0,001
999996,1837	999996,0902000	999996,168035	0,001
999996,1991	999996,1263000	999996,168035	0,001

Tab. 4.15 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Agilent 33120A,
měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{MHz}$, $\Delta t=5\text{ min}$

Agilent 33120A $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=10\text{ min}$			
f_{\max} [Hz]	f_{\min} [Hz]	$f_{\text{stř}}$ [Hz]	F_{stab} [μHz]
100,0021004	99,9972590	99,9995867	0,08
100,0019008	99,9970506	99,9996010	0,08
100,0020188	99,9970693	99,9995671	0,09
100,0018438	99,9971640	99,9995556	0,08
100,0020160	99,9967148	99,9995238	0,09
100,0001754	99,9990982	99,9995991	0,02
100,0001185	99,9990787	99,9960781	0,02
100,0019889	99,9969450	99,9995993	0,09
100,0027691	99,9996418	99,9996441	0,06
100,0013540	99,9964020	99,9996780	0,09

Tab. 4.16 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Agilent 33120A,
měřeno čítačem HP53131A, $f=100\text{Hz}$, $\Delta t=10\text{ min}$

Agilent 33120A $f=1\text{kHz}, \Delta t=10\text{ min}$			
f_{\max} [Hz]	f_{\min} [Hz]	$f_{\text{stř}}$ [Hz]	F_{stab} [μHz]
999,9958590	999,9954757	999,9957140	0,001
999,9958474	999,9957612	999,9958084	0,001
999,9958294	999,9957475	999,9957886	0,001
999,9957873	999,9956988	999,9957420	0,001
999,9957987	999,9956873	999,9957372	0,001
999,9957946	999,9957030	999,9957551	0,001
999,9958409	999,9957397	999,9957926	0,001
999,9957588	999,9956685	999,9957105	0,001
999,9957758	999,9956553	999,9957082	0,001
999,9957792	999,9956984	999,9957374	0,001

Tab. 4.17 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Agilent 33120A,
měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{kHz}$, $\Delta t=10\text{ min}$

Agilent 33120A $f=1\text{MHz}, \Delta t=10\text{ min}$			
f_{\max} [Hz]	f_{\min} [Hz]	$f_{\text{stř}}$ [Hz]	F_{stab} [μHz]
999996,2050000	999996,0973000	999996,1559040	0,001
999995,9140000	999995,8257000	999995,8768460	0,001
999995,9189000	999995,8424000	999995,8809490	0,001
999995,9162000	999995,8169000	999995,8597480	0,001
999995,8982000	999995,8024000	999995,8489220	0,001
999995,8843000	999995,7916000	999995,8472200	0,001
999995,8684000	999995,7801000	999995,8234110	0,001
999996,0618000	999995,5858000	999995,9165960	0,001
999996,1450000	999996,0211000	999996,0849470	0,001
999996,1614000	999996,0642000	999996,1113750	0,001

Tab. 4.18 Krátkodobá frekvenční stabilita, funkční generátor Agilent 33120A,
měřeno čítačem HP53131A, $f=1\text{MHz}$, $\Delta t=10\text{ min}$

4.4 DOSAŽENÉ VÝSLEDKY KRÁTKODOBÉ FREKVENČNÍ STABILITY OVĚŘOVANÝCH FUNKČNÍCH GENERÁTORŮ TESLA BM 492, NEWTRONICS 200MSP, AGILENT 33120A

Vypočtené odhady hodnot krátkodobé frekvenční stability \bar{F}_{stab} spolu s rozšířenou nejistotou krátkodobé frekvenční stability U viz tabulky níže.

	$\bar{F}_{stab} [\mu Hz]$	Rozšířená nejistota $U [\mu Hz]$
Tesla BM492	1,04	0,35
Newtronics200MSP	1,03	0,37
Agilent33120A	0,13	0,02

Tab. 4.19 Krátkodobá frekvenční stabilita funkčních generátorů

Tesla BM 492, Newtronics 200MSP, Agilent 33120A, $f=100Hz$, $\Delta t=5$ min

	$\bar{F}_{stab} [\mu Hz]$	Rozšířená nejistota $U [\mu Hz]$
Tesla BM492	0,1000	0,06200
Newtronics200MSP	149,1000	17,8300
Agilent33120A	0,0010	0,0002

Tab. 4.20 Krátkodobá frekvenční stabilita funkčních generátorů

Tesla BM 492, Newtronics 200MSP, Agilent 33120A, $f=1kHz$, $\Delta t=5$ min

	$\bar{F}_{stab} [\mu Hz]$	Rozšířená nejistota $U [\mu Hz]$
Tesla BM492	0,0657	0,03595
Newtronics200MSP	0,4400	0,10392
Agilent33120A	0,0003	0,00004

Tab. 4.21 Krátkodobá frekvenční stabilita funkčních generátorů

Tesla BM 492, Newtronics 200MSP, Agilent 33120A, $f=1MHz$, $\Delta t=5$ min

	$\bar{F}_{stab} [\mu Hz]$	Rozšířená nejistota U [μHz]
Tesla BM492	0,5330	0,7727
Newtronics200MSP	1,1270	1,3792
Agilent33120A	0,0664	0,0261

Tab. 4.22 Krátkodobá frekvenční stabilita funkčních generátorů

Tesla BM 492, Newtronics 200MSP, Agilent 33120A, $f=100Hz$, $\Delta t=10$ min

	$\bar{F}_{stab} [\mu Hz]$	Rozšířená nejistota U [μHz]
Tesla BM492	0,0168	0,0724
Newtronics200MSP	1,2980	1,3358
Agilent33120A	0,0002	0,0002

Tab. 4.23 Krátkodobá frekvenční stabilita funkčních generátorů

Tesla BM 492, Newtronics 200MSP, Agilent 33120A, $f=1kHz$, $\Delta t=10$ min

	$\bar{F}_{stab} [\mu Hz]$	Rozšířená nejistota U [μHz]
Tesla BM492	0,0707	0,0542
Newtronics200MSP	0,2917	0,0956
Agilent33120A	0,0002	0,0002

Tab. 4.24 Krátkodobá frekvenční stabilita funkčních generátorů

Tesla BM 492, Newtronics 200MSP, Agilent 33120A, $f=1MHz$, $\Delta t=10$ min

5.ZÁVĚR

V této bakalářské práci jsem se pokusil objasnit problematiku „nejistoty měření“. Uvedl jsem teorii pro výpočet standardních nejistot typu A, standardních nejistot typu B, kombinovaných a rozšířených nejistot. Dále jsem uvedl výpočet nejistot v případě korelovaných veličin a zdroje nejistot.

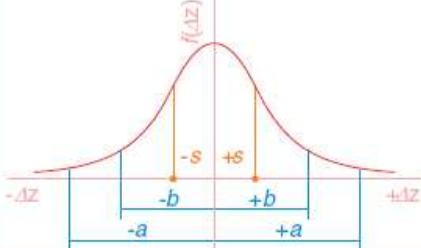
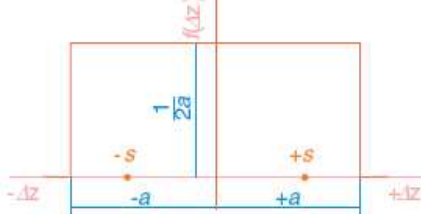
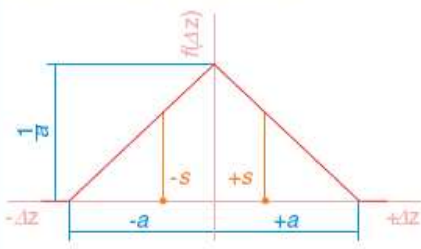
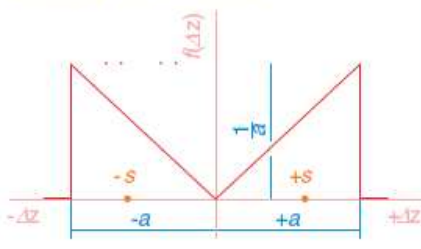
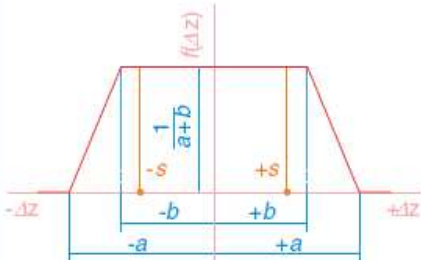
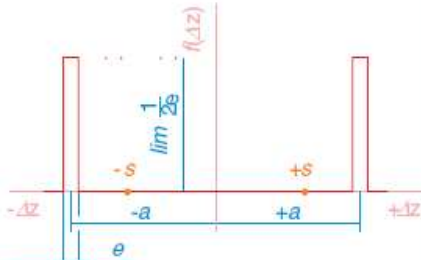
V další části této bakalářské práce jsem se pokusil o zkušební měření krátkodobé stability funkčních generátorů Tesla BM 492, Newtronics 200MSP, Agilent 33120A. Měření jsem prováděl pro $f=100\text{Hz}$, 1kHz a 1MHz . Z vypočtených hodnot je patrné, že nejlepších hodnot krátkodobé kmitočtové stability dosáhl funkční generátor Agilent 33120A, velmi solidních výsledků dále dosahoval funkční generátor Tesla BM 492. Nejhorších výsledků dosáhl funkční generátor Newtronics 200MSP, který pro $f=1\text{kHz}$ a dobu měření $\Delta t=5\text{min}$ dosáhl velmi neuspokojivých výsledků.

6. SEZNAM LITERATURY

- [1] Palenčár, R., Vdoleček, F., Halaj, M. - Nejistoty v měření I - vyjadřování nejistot, *Automa*, 2001, č. 7-8, s. 50-54
- [2] Palenčár, R., Vdoleček, F., Halaj, M. - Nejistoty v měření II – nejistoty přímých měření, *Automa*, 2001, č. 10, s. 52-56.
- [3] Palenčár, R., Vdoleček, F., Halaj, M. - Nejistoty v měření III - nejistoty nepřímých měření, *Automa*, 2001, č. 12, s. 28-33.
- [4] Palenčár, R., Vdoleček, F., Halaj, M. - Nejistoty v měření IV – nejistoty při kalibraci a ověřování, *Automa*, 2002, č. 4, s. 41-47.
- [5] Palenčár, R., Vdoleček, F., Halaj, M. - Nejistoty v měření V – od teorie k praxi, *Automa*, 2002, č. 5, s. 42-45.
- [6] Hruška, K., Bradík, J. *Stanovení nejistot při měření parametrů jakosti*, VUT 2001
- [7] Technická dokumentace, funkční generátor Agilent 33220A
- [8] Technická dokumentace, funkční generátor Newtronics 200 MSP
- [9] Technická dokumentace, funkční generátor Tesla BM 492
- [10] Technická dokumentace, univerzální čítač HP 53131A
- [11] Čejka, M. *Elektronické měřicí systémy*, skriptum VUT FEKT, [rev. 2002], [cit. 2009-4-12]

7. PŘÍLOHY

7.1 PŘEHLED PRAVDĚPODOBNOSTNÍCH MODELŮ [2]

Rozdělení	z_{\max}	k	Rozdělení	z_{\max}	k
<p>normální (Gaussovo)</p> 	a	3	<p>rovnoměrné - pravoúhlé</p> 	a	$\sqrt{3}$ 1,73
<p>trojúhelníkové (Simpsonovo)</p> 	a	$\sqrt{6}$ 2,45	<p>bimodální (trojúhelníkové)</p> 	a	$\sqrt{2}$ 1,41
<p>lichoběžníkové</p> 	a	2,32 při $b = \frac{a}{3}$	<p>bimodální (Diracovo)</p> 	a	1